産業医科大学

2024 年度　一般選抜　数学

1 ある患者の状況は以下のとおりである.

・体重：60 kg

・血液の総質量：体重の 7%

・Hb 値：5.5 g/dL

・血液の密度：1000 kg/m^3

※密度の値は一定とする.

※ Hb 値とは，血中のヘモグロビン濃度を表す指標であり，血液 1 dL 中のヘモグロビンの質量 [g] を Hb 値として定義する．単位は g/dL である.

上記を踏まえ，以下の問いに答えなさい.

(1)　この患者の体内の血液の体積を dL 単位で答えなさい.

(2)　この患者の血液中のヘモグロビンの総質量を g 単位で答えなさい.

以下の問いでは，ヘモグロビンの投与によって体内の血液の総質量は変わらないとする.

(3)　この患者にヘモグロビンを投与し，Hb 値を 8.0 g/dL にしたい．現在のヘモグロビンの質量 (上記 (2) の解答) にどれだけのヘモグロビンを加えると 8.0 g/dL の Hb 値が実現されるかを g 単位で答えなさい.

(4)　ヘモグロビンは 28 g を 1 単位として投与される（0.4 単位や 2.3 単位のような投与は不可能）．上の設問 (3) にあるようにこの患者の Hb 値を 8.0 g/dL 以上にするには，ヘモグロビンを少なくとも何単位投与すれば良いかを自然数で答えなさい.

2 (1) から (10) の設問に答えなさい.

(1)　$\dfrac{b^2}{a}+\dfrac{a}{b}=6$ を満たす自然数 $(a,\ b)$ のうち，$a+b=c$ として，c の最小値を求めなさい.

(2)　515^{2024} の下二桁を求めなさい.

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{i\sqrt{i^2+n^2}}{n^3}$ を求めなさい.

(4)　x の方程式 $2^{2-\log_3 x}+7\cdot 2^{-\log_9 x}-2=0$ の解を求めなさい.

(5)　$(x+3)^{45}$ を展開して $\displaystyle\sum_{i=0}^{45}A_i x^i$ とあらわすとして，A_i が最大値を取るときの i を求めなさい.

(6) $z\overline{z} = 4$, $|z - 2| = 2$ であるような複素数 z を求めなさい.

なお, $\overline{z}$ は z に共役な複素数である.

(7) 関数 $f(x) = \sqrt{2}\cos x$, $g(x) = x^2 + 2$ とする. 空間内を動く点 P があり, 点 P の座標を $(x,\ y,\ z) = (t,\ f(t),\ g(f(t)))$, $(0 \leqq t \leqq 2\pi)$ とする. 点 P の軌跡を x 軸の周りに回転させた図形と, 平面 $x = 0$ および平面 $x = 2\pi$ で囲まれた図形の体積を求めなさい. 円周率は π のままで表記せよ.

(8) A さんが持っている乗り物は, 走り始めてからの時間を t 時間として毎時 $10e^{-t}$ [km] の速さで走行する. ただし e は自然対数の底である. ある日 A さんは家から道のり 10 km にある目的地まで, まずこの乗り物に乗り, 途中でこの乗り物を降りて, 以後は歩いて移動することにした. A さんが歩く速さは毎時 4 km である. 以下の設問に答えなさい.

なお, A さんの乗り物は走り始めてから直ちに上記の速さに達するものとする.

A さんが家を出てから目的地に着くまでの最短時間を, 小数点以下二桁までの数値で求めなさい.

必要ならば, 計算には $\log_e 10 = 2.30$, $\log_{10} e = 0.434$, および下の表を用いて良い.

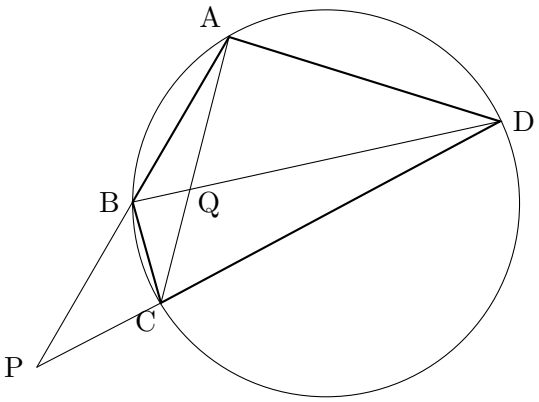
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\log_{10} x$	0	0.301	0.477	0.602	0.699	0.778	0.845	0.903	0.954

(9) 座標空間の 3 点 P$(0,\ 1,\ 2)$, A$(3,\ -1,\ 3)$, B$(1,\ 2,\ 4)$ に対して, $\overrightarrow{\mathrm{PA}} = \vec{a}$ と $\overrightarrow{\mathrm{PB}} = \vec{b}$ を考える.

このとき, $\vec{b}$ と $t\vec{a} + (1 - t)\vec{b}$ のなす角が垂直になる実数 t の値を求めなさい.

(10) 5 人でじゃんけんを 1 回した時にあいこになる（勝負がつかない）確率を既約分数で答えなさい.

3 四角形 ABCD は円に内接している．辺 AB の延長と辺 DC の延長の交点を P，二つの線分 AC と BD の交点を Q とする．AB $= 1$，BP $= 1$，△QDC の面積は △QAB の面積の 4 倍である．



(1) 線分 PC の長さを求めなさい．

(2) △QBC の面積は △QAB の面積の何倍であるかを求めなさい．

4 平面上の y 軸上の点 C$(0,\ k)$ がある．k は定数．ただし，$k \neq 0$ である．また x 軸に平行で点 $(0,\ -k)$ を通る直線 l がある．点 B が $(t,\ -k)$ にあり，直線 l 上を動くとする．

(1) 点 B と点 C から等しい距離にある点 A の軌跡を求めなさい．

(2) 点 A の軌跡が通過する領域と通過しない領域の境界線を $y = f(x)$ の形で答えなさい．

5 3 の正の倍数の列の各項を次のような群に分ける．ただし，第 n 群には $2n - 1$ 個の数が入るものとする (n は自然数とする)．

$$\{3\},\ \{6,\ 9,\ 12\},\ \{15,\ 18,\ 21,\ 24,\ 27\},\ \{30,\ 33,\ 36,\ 39,\ 42,\ 45,\ 48\},\ \{51,\ \cdots$$

以下の設問に答えなさい．

(1) 第 1 群から第 n 群までに何個の数が含まれているかを答えなさい．

(2) 第 n 群の最後の数を答えなさい．

(3) 第 n 群の最初の数を答えなさい．

(4) 第 n 群に入るすべての数の和を答えなさい．

(5) 30000 は第何群に属するかを答えなさい．