東海大学

2020 年度　一般選抜　物理

1 地球の赤道上空を，地球の自転と同じ向きに円軌道を周回する人工衛星がある。赤道上のある地点に静止した観測者がこの人工衛星を観測したところ，時間 $\dfrac{P}{n}$ ごとに真上を西から東へ通過していくことがわかった。ここで，P は地球の自転周期，n は正の実数である。地球の半径を R，北極点での重力加速度の大きさを g，円周率を π とするとき，次の各問いに答えなさい。ただし，地球は密度が一様な完全な球で，大気の影響は無視できるものとする。また，地球以外の天体からの重力の影響は考えなくてよい。

(1)　人工衛星の公転周期を求めなさい。

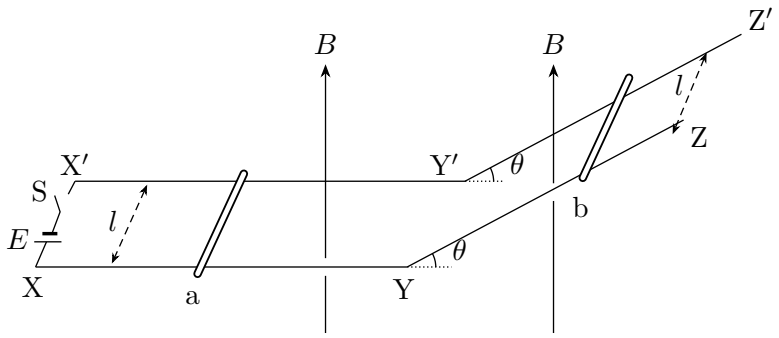
(2)　人工衛星の，円運動の軌道半径を求めなさい。

(3)　観測されうる時間 $\dfrac{P}{n}$ には下限がある。そのときの n（すなわち n の最大値）を求めなさい。

(4)　$n \to 0$ の極限で，人工衛星は地上の観測者からは静止して見える。このときの人工衛星の速さを求めなさい。

(5)　人工衛星にエネルギーを与えて瞬間的に加速させ，地球から無限遠方に飛ばすことを考える。(3) の場合に無限遠方に飛ばすために必要な最小のエネルギーは，(4) の場合に必要な最小エネルギーと比べて何倍かを求めなさい。

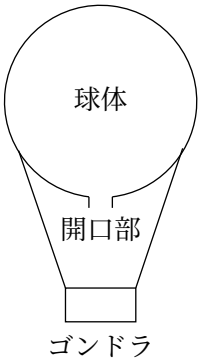
2 図のように左側と右側の部分から構成される充分に長いレールが，鉛直上向きで大きさが B〔T〕の磁束密度をもつ一様な磁場中に置かれている。左側と右側のそれぞれのレールは 2 本の平行な導体で構成されており，導体の間隔は l〔m〕である。左側のレール（XY, X′Y′）は水平面に，右側のレール（YZ, Y′Z′）は水平面と角度 θ（$0° < \theta < 90°$）をなす面にそれぞれ固定され，両者は点 Y，Y′ で接続されている。また X，X′ 間は，スイッチ S を介して起電力 E〔V〕の電池が接続されている。さらに，左側と右側のレールには，レールと直交しながら滑らかに動くことができる導体棒 a と b をそれぞれ乗せ，はじめ導体棒 a，b は静止させてある。レール間における導体棒 a と b の抵抗値はいずれも R〔Ω〕である。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とするとき，次の空欄 (1) ～ (5) に当てはまる適切な数式をそれぞれ答えなさい。ただし，導体棒の太さ，導体棒以外の抵抗，レールや導体棒を流れる電流によって生じる磁場，および空気抵抗は無視できるものとする。



まずスイッチ S を開いておき，導体棒 b を静止させたまま，導体棒 a に水平右向きの一定の力 F〔N〕を加えた。しばらくすると，導体棒 a は一定の速さ (1) 〔m/s〕で運動し続けた。この状態で導体棒 b を自由に動けるようにすると，導体棒 b は静止したままであった。このことから，導体棒 b の質量は (2) 〔kg〕であることが分かる。このあと，導体棒 a を静止させ，その状態を維持したまましばらくすると，導体棒 b は一定の速さでレール上を下降し続けた。このとき，導体棒 b の速さは (3) 〔m/s〕である。

次に導体棒 a と導体棒 b をはじめの静止させた状態に戻した後，スイッチ S を閉じた。導体棒 a および導体棒 b を，同時にかつ静かに，自由に動ける状態にすると，導体棒 a は水平右向きに動きだし，導体棒 b はレール上を上昇しはじめた。導体棒 b がレール上を上昇するためには，電池の起電力は $E >$ (4) 〔V〕の条件を満たさなければならない。しばらくすると，導体棒 a は水平右向きに一定の速さで動き続け，導体棒 b は一定の速さでレール上を上昇し続ける状態になった。このとき，電池のする仕事率は (5) 〔W〕である。

3 図のような球体とゴンドラがつながれた熱気球がある。球体の下部には開口部があって，内部の空気を外気と同じ圧力に保つことができる。また，球体の体積は V〔m^3〕で一定であり，球体内部の空気の温度は調節できる。ただし，空気は理想気体とし，地表における外気の温度を T_0〔K〕，圧力を P_0〔Pa〕，密度を ρ_0〔$\mathrm{kg/m}^3$〕とする。さらに，外気の温度と重力加速度は高度によらず一定とする。はじめに，熱気球は地面に静止しているものとして，次の各問いについて，それぞれの解答群の中から最も適切なものを一つ選び，解答欄の記号にマークしなさい。



(1) 地表において，球体内部の空気の温度が T〔K〕であるとき，球体内部の空気の密度〔$\mathrm{kg/m}^3$〕を求めなさい。

(2) 球体内部の空気を加熱し，空気の温度を T_1〔K〕以上にすると，この熱気球は地面から浮き上がる。球体内部の空気を除いた熱気球全体の質量〔kg〕を求めなさい。

(3) 球体内部の空気を，さらに温度 T_1 から温度 T_2〔K〕まで熱すると熱気球は上昇し，ある高度で静止した。その高度における外気の密度〔$\mathrm{kg/m}^3$〕を求めなさい。

(4) (3) の高度における外気の圧力〔Pa〕を求めなさい。

(5) (2) と同じように地面に静止している熱気球の球体内部の空気を温度 T_1 まで熱した後，ゴンドラを軽くしたら，熱気球は上昇しはじめた。球体内部の空気の温度 T_1 をそのまま一定に保っていると，熱気球は (3) と同じ高度で静止した。このときの球体内部の空気を除いた熱気球全体の質量〔kg〕を求めなさい。

〔解答群〕

(1) ア．$\rho_0\sqrt{\dfrac{T_0}{T}}$　　イ．$\rho_0\dfrac{T_0}{T}$　　ウ．$\rho_0\left(\dfrac{T_0}{T}\right)^2$　　エ．$\rho_0\sqrt{\dfrac{T}{T_0}}$　　オ．$\rho_0\dfrac{T}{T_0}$

カ．$\rho_0\left(\dfrac{T}{T_0}\right)^2$

(2) ア．$\rho_0 V\sqrt{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　イ．$\rho_0 V\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)$　　ウ．$\rho_0 V\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2$　　エ．$\dfrac{\rho_0 V}{\sqrt{1-\dfrac{T_0}{T_1}}}$

オ．$\dfrac{\rho_0 V}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　カ．$\dfrac{\rho_0 V}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}$

(3) ア．$\rho_0\dfrac{\left(1-\dfrac{T_0}{T_2}\right)^2}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　イ．$\rho_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_2}}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　ウ．$\rho_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_2}}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}$　　エ．$\rho_0\dfrac{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}{1-\dfrac{T_0}{T_2}}$

オ．$\rho_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_1}}{1-\dfrac{T_0}{T_2}}$　　カ．$\rho_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_1}}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_2}\right)^2}$

(4) ア．$P_0\dfrac{\left(1-\dfrac{T_0}{T_2}\right)^2}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　イ．$P_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_2}}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　ウ．$P_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_2}}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}$　　エ．$P_0\dfrac{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}{1-\dfrac{T_0}{T_2}}$

オ．$P_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_1}}{1-\dfrac{T_0}{T_2}}$　　カ．$P_0\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_1}}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_2}\right)^2}$

(5) ア．$\rho_0 V\dfrac{\left(1-\dfrac{T_0}{T_2}\right)^2}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　イ．$\rho_0 V\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_2}}{1-\dfrac{T_0}{T_1}}$　　ウ．$\rho_0 V\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_2}}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}$　　エ．$\rho_0 V\dfrac{\left(1-\dfrac{T_0}{T_1}\right)^2}{1-\dfrac{T_0}{T_2}}$

オ．$\rho_0 V\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_1}}{1-\dfrac{T_0}{T_2}}$　　カ．$\rho_0 V\dfrac{1-\dfrac{T_0}{T_1}}{\left(1-\dfrac{T_0}{T_2}\right)^2}$

4 ウラン崩壊系列に属する ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ 原子核の α 崩壊およびそのときに放出された α 粒子（${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ 原子核）が起こす核反応について考える。1 つの ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ 原子核が α 崩壊を 1 回行って安定な原子核になるときに放出されたエネルギーを Q〔J〕とする。原子質量単位を u とし，$1\ \mathrm{u} = 1.7 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ とする。次の各問いについて，それぞれの解答群の中から最も適切なものを一つ選び，解答欄の記号にマークしなさい。

(1) ウラン崩壊系列では，${}^{238}_{92}\mathrm{U}$ は α 崩壊を x 回，β 崩壊を y 回行って，${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ を生み出すことができる。回数 x，y を求め，(x, y) の形で答えなさい。

(2) 最初に 1 mg の ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ がある場合，半減期までに放出されたエネルギー〔J〕を求めなさい。ただし，${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ 原子の質量を 210 u とする。

以下ではエネルギーおよび運動量の保存則を使うとき，粒子のエネルギーは静止状態における質量によるエネルギーと運動エネルギーの和で表されるとする。ただし，質量数 A の粒子が大きさ p〔kg·m/s〕の運動量をもつとき，その運動エネルギーが $\dfrac{p^2}{2(A\mathrm{u})}$〔J〕で与えられるものとする。

(3) 静止している ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ 原子核が α 崩壊をして，1 つの安定な原子核と 1 つの α 粒子の合計 2 つの粒子がつくられた。この崩壊で放出された α 粒子の運動エネルギー〔J〕を求めなさい。

${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ 原子核から放出された α 粒子が静止していた ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$ 原子核にあたり，次の核反応

$$ {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \longrightarrow {}^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \quad \cdots\cdots\cdots \text{①} $$

を起こした。この核反応で放出されるエネルギーを Q'〔J〕とする。ただし，作られた ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ 原子核の運動方向と中性子（${}^{1}_{0}\mathrm{n}$）の運動方向との間の角度は 90° であった。

(4) 反応①でつくられた ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ 原子核の運動エネルギー E_C〔J〕と中性子の運動エネルギー E_n〔J〕との間の関係式を求めなさい。

(5) 反応①の α 粒子が (3) で求めた運動エネルギーで入射する場合，中性子の運動エネルギー〔J〕を求めなさい。

〔解答群〕

(1) ア．(6, 6)　　イ．(7, 6)　　ウ．(8, 5)　　エ．(5, 5)　　オ．(4, 4)

(2) ア．$1.2 \times 10^{20}\,Q$ イ．$2.3 \times 10^{15}\,Q$ ウ．$5.8 \times 10^{16}\,Q$ エ．$8.3 \times 10^{19}\,Q$ オ．$1.4 \times 10^{18}\,Q$

(3) ア．$0.81\,Q$　　イ．$0.64\,Q$　　ウ．$0.76\,Q$　　エ．$0.98\,Q$　　オ．$1.1\,Q$

(4) ア．$Q' = 0.75\,E_n - 2.0\,E_C$　イ．$Q' = 0.12\,E_n - 0.30\,E_C$　ウ．$Q' = -0.22\,E_n + 3.8\,E_C$

エ．$Q' = -0.14\,E_n + 2.1\,E_C$ オ．$Q' = 2.7\,E_n - 4.2\,E_C$

(5) ア．$-1.9\,Q + 3.0\,Q'$　　イ．$2.5\,Q + 2.7\,Q'$　　ウ．$0.71\,Q + 1.1\,Q'$

エ．$-3.4\,Q + 5.7\,Q'$　　オ．$0.12\,Q + 6.5\,Q'$