東海大学

2025 年度　一般選抜　数学

1 (1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{3k(3k+3)} =$ ［ア］である．

(2) 関数 $f(x)=\left(\dfrac{4}{2^x}\right)^x$ は，$x=$［イ］のとき最大値［ウ］をとる．

(3) $(x+1)^{26}$ の展開式における x^2 の項の係数は［エ］である．26^{26} を 625 で割ったときの余りは［オ］である．

(4) さいころを 3 回投げ，出た目を順に x，y，z とする．このとき，$x \leqq y \leqq z$ となる場合は［カ］通りである．

(5) 実部が 1 であり，虚部が正である複素数 z において，z^3 の虚部 y がとりうる値は $y \leqq$［キ］である．

(6) $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\pi<\beta<\dfrac{3}{2}\pi$，$\tan\alpha=2$，$\tan\beta=3$ のとき，$\cos(2\alpha+\beta)=$［ク］である．

(7) $0<a<4$ とする．直線 $l\colon y=ax$ と放物線 $C\colon y=4x-x^2$ の共有点のうち，x 座標が正である点を P とおく．このとき P の x 座標は a を用いて表すと［ケ］である．また，C と l により囲まれた部分の面積と，l と x 軸と直線 $x=$［ケ］により囲まれた部分の面積の比が 2 : 1 になるのは，$a=$［コ］のときである．

2 四面体 OPQR において

$$\mathrm{OP}=\mathrm{OQ}=\mathrm{PQ}=2,\quad \mathrm{QR}=2\sqrt{3},\quad \mathrm{OR}=4,\quad \mathrm{PR}=3\sqrt{2}$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\vec{p}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\vec{q}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\vec{r}$ とおく．

(1) $\vec{p}\cdot\vec{q}=$ ア，$\vec{q}\cdot\vec{r}=$ イ である．

(2) $\cos\angle\mathrm{POR}=$ ウ，$\vec{p}\cdot\vec{r}=$ エ である．

(3) 3 点 O，P，Q を通る平面を α とし，点 R から α へ下ろした垂線と α の交点を H とする．x，y を実数として，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=x\vec{p}+y\vec{q}$ とおく．$\vec{p}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}$ を x，y を用いて表すと $\vec{p}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}=$ オ $x+2y-1$ であり，$\vec{q}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}$ を x，y を用いて表すと $\vec{q}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RH}}=$ カ $x+4y-4$ であるから，$x=$ キ，$y=$ ク となる．

(4) 直線 PH と直線 OQ の交点を L とすると，$\mathrm{OL}:\mathrm{LQ}=$ ケ $:1$ である．

3 xy 平面上に 3 点 $\mathrm{O}(0,\,0)$，$\mathrm{A}(1,\,0)$，$\mathrm{B}(1,\,\sqrt{3})$ をとり，△AOB を考える．

(1) ∠AOB を二等分する直線 l の方程式は $y=$ ア である．

(2) △AOB に内接する円 C の半径は イ であり，中心の x 座標は ウ である．

(3) l と C の共有点であり，O との距離が小さい方の点を D とする．点 D の x 座標は エ である．

(4) 辺 OA，OB と C に接する円 C' の半径は オ であり，中心の x 座標は カ である．

(5) OA と C，C' で囲まれた部分の面積は，C' で囲まれた部分の面積の $\left(\text{キ}\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}-\text{ク}\right)$ 倍である．ただし キ，ク には有理数が入るものとする．