東海大学

2020 年度　一般選抜　数学

1 次の空欄を埋めなさい．解答は，分数の場合には既約分数の形で書きなさい．

(1) a は正の定数とする．$y=-x^2+2ax+2a$ の値が 2 になることはあるが，3 になることはない．このとき，a の値の範囲は［ア］である．

(2) 2 つの円 $(x-\sqrt{t})^2+(y-3)^2=1$ と $x^2+(y-t)^2=9$ は $t=$［イ］のとき外接する．

(3) $\cos^4\dfrac{\pi}{24}-\sin^4\dfrac{\pi}{24}=$［ウ］

(4) 次の式を因数分解しなさい．$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=$［エ］

(5) 自然数 n^3+100 が $n+10$ で割り切れるような最大の自然数 n は［オ］である．

(6) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}\left(\int_0^x x^4e^{2t}\,dt-\int_0^2 16e^{2t}\,dt\right)=$［カ］

2 (1) 方程式 $-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x+3=1$ の解を α，β $(\alpha>\beta)$ とおく．このとき，$\alpha=$［ア］であり，

$$\int_1^{\alpha}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+2\right)dx=［イ］\alpha+［ウ］$$

である．ただし，［イ］，［ウ］には有理数を入れなさい．

(2) 連立不等式

$$\begin{cases}\log_y(x^2+y-4)<\log_y(x-y+2)\\ 1<y\end{cases}$$

の表す領域を D とする．以下の空欄には α を用いないこと．

(i)　直線 $x=a$ と D が共有点をもつような定数 a の値の範囲は［エ］である．

(ii)　直線 $y=b$ と D が共有点をもつような定数 b の値の範囲は［オ］である．

(iii)　D と D の境界を合わせた図形の面積は

$$［カ］\sqrt{［キ］}+［ク］\sqrt{［ケ］}+［コ］$$

である．ただし，［カ］，［ク］，［コ］には有理数，［キ］，［ケ］にはできるだけ小さい自然数を入れなさい．ただし，［キ］$<$［ケ］とする．

(iv) 点 $\mathrm{P}(x, y)$ が領域 D を動くとき，$x+y=k$ とおくと，k の値の範囲は［ サ ］である．

(3) 不等式 $\log_y(x^2+y-4) < \log_y(x-y+2)$ の表す領域を D' とおく．点 $\mathrm{P}(x, y)$ が領域 D' を動くとき，$x+y=k$ とおくと，k の値の範囲は［ シ ］である．

3 n を 3 以上の自然数とする．左から順に 1 番から n 番までの番号のついたイスが並んでいる．各イスには人が一人ずつ座っていて，最初に k 番のイスに座っていた人を k 番さんとよぶ．1 番と 2 番のイスに座っている人がじゃんけんを行い，勝ったほうが 1 番のイスに，負けたほうは n 番のイスに座り，それ以外の人は 1 つ左のイスに座る．引き分けのときは誰も移動しない．この試行を 1 回とし，試行を繰り返し行う．

(1) $n=3$ で，2 回の試行を終えたときを考える．

(i) 左から 3 番さん，2 番さん，1 番さんの順で座っている確率は［ ア ］である．

(ii) 1 番さんが 2 番さんより左に座っている確率は［ イ ］である．

(2) $n-1$ 回の試行を終えたとき，n 番さんが 1 番のイスに座っている確率は［ ウ ］である．

(3) n 回の試行を終えたとき，n 番さんが 1 番のイスに座っている確率は［ エ ］である．

(4) n 回の試行を終えたとき，n 番さんが n 番のイスに座っている確率は［ オ ］である．

(5) $n-1$ 回の試行を終えたとき，全ての人が最初と同じイスに座っている確率は［ カ ］である．

(6) n 回の試行を終えたとき，全ての人が最初と同じイスに座っている確率は［ キ ］である．