数　　学

（医　学　部）

― 2月6日 ―

09ＴＡ２

次の空欄を埋めなさい．

解答は，分数の場合には既約分数の形で，根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となるような形で書きなさい．

1

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$ の整数部分を α，小数部分を β とするとき，β を $\sqrt{3}$ を用いて表せば，$\beta=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，

$\dfrac{1}{\alpha+\beta+3}+\dfrac{1}{\alpha-\beta+1}=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) 初項 3，末項 $24\sqrt{2}$ の等比数列において，初項から末項までの和が $45(\sqrt{2}+1)$ であるとする．このとき公比は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，項数は $\boxed{\text{エ}}$ である．

(3) x の 1 次関数 $f(x)=\dfrac{2(x-1)}{3}$ を次のように繰り返し合成して得られる関数を $g(x)$ とする．すなわち，

$$g(x)=f(f(f(x)))$$

とする．$g(x)$ が整数となる最小の正の整数 x は $\boxed{\text{オ}}$ である．$g(x)$ が整数となる実数 x のうち絶対値がもっとも小さいものは $\boxed{\text{カ}}$ である．

(4) さいころを n 回投げるとき，少なくとも 1 回 6 の目が出る確率は $\boxed{\text{キ}}$ である．$\boxed{\text{キ}}\geqq 0.9$ となる最小の n は $\boxed{\text{ク}}$ である．ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ を用いてよい．

2

座標平面上に 2 点 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$，$\mathrm{B}(3,\ 4)$ がある．

(1) 直線 AB の方程式を $y=ax+b$ とおくと，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$，$b=$ $\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) 線分 AB を垂直二等分する直線 l の方程式を $y=cx+d$ とおくと，$c=$ $\boxed{\text{ウ}}$，$d=$ $\boxed{\text{エ}}$ である．

(3) 2 点 A，B を頂点とする正三角形の残りの頂点のうち，x 座標が正であるものを求める．求める頂点を $\mathrm{C}(p,\ q)$ とする．正三角形の 1 辺の長さは $\boxed{\text{オ}}$ であるから，点 C と点 A の距離の平方は $\boxed{\text{オ}}$ の 2 乗に等しい．これを等式で表すと，

$$(\boxed{\text{カ}})^2+(\boxed{\text{キ}})^2=\boxed{\text{オ}}^2$$

また，点 C は直線 l 上にあるから，q を p を用いて表すと，

$$q=\boxed{\text{ク}}$$

である．上記の p，q に関する 2 つの等式から得られる p についての 2 次方程式を $p>0$ の条件のもとで解くと，

$$p=\boxed{\text{ケ}}$$

したがって，

$$q=\boxed{\text{コ}}$$

以上から，求める頂点は（$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$）となる．

3 座標平面の原点をOとする．楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,\ b>0)$ 上の点 $\mathrm{P}(a\cos\theta,\ b\sin\theta)\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ における接線と x 軸，y 軸の交点をそれぞれA，Bとする．

(1) 直線ABの方程式は

$$\boxed{\quad ア \quad}\,x+\boxed{\quad イ \quad}\,y=1$$

である．

(2) △OABの面積 S を a，b および θ を用いて表すと $\boxed{\quad ウ \quad}$ である．S は $\theta=\boxed{\quad エ \quad}$ のとき最小となる．

(3) 線分ABの長さを L とする．L^2 を a，b および θ を用いて表すと，

$$L^2=\boxed{\quad オ \quad}$$

である．$t=\cos^2\theta$ とおく．$0<t<1$ であるから L^2 は $t=\boxed{\quad カ \quad}$ のとき最小値をとる．したがって L の最小値は $\boxed{\quad キ \quad}$ である．