

次の空欄を埋めよ.

- 1 (1) 複素数平面上の3点  $A(\alpha)$ ,  $B(\beta)$ ,  $C(\gamma)$  を三角形の頂点とする.

$$\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$$

が成り立つとき,  $\frac{AC}{AB} = \boxed{\text{ア}}$  であり,  $\angle A = \boxed{\text{イ}}$  である.

- (2) 2次式  $f_1(x) = -x^2 + 3x$  を用いて2次式  $f_2(x)$  を

$$f_2(x) = \frac{1}{2} \left\{ f_1(x) + f_1\left(x + \frac{3}{2}\right) \right\}$$

と定める. このとき,  $f_2(x) = -x^2 + \boxed{\text{ウ}}$   $x + \boxed{\text{エ}}$  である.

一般に, 2次式  $f_n(x)$  を  $f_n(x) = -x^2 + 2a_nx + b_n$  とおき, 2次式  $f_{n+1}(x)$  を

$$f_{n+1}(x) = \frac{1}{2} \left\{ f_n(x) + f_n(x + a_n) \right\}$$

と定める. このとき, 右辺は

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\{ f_n(x) + f_n(x + a_n) \right\} &= \frac{1}{2} [(-x^2 + 2a_nx + b_n) + \{-(x + a_n)^2 + 2a_n(x + a_n) + b_n\}] \\ &= -x^2 + \boxed{\text{オ}} x + \boxed{\text{カ}} \end{aligned}$$

となる. ここで,  $\boxed{\text{オ}}$ ,  $\boxed{\text{カ}}$  は,  $a_n$  や  $b_n$  からなる式とする.

また, 左辺は  $f_{n+1}(x) = -x^2 + 2a_{n+1}x + b_{n+1}$  であるから,  $a_{n+1} = \frac{1}{2}\boxed{\text{オ}}$  および  $b_{n+1} = \boxed{\text{カ}}$  となる.

$a_1 = \frac{3}{2}$ ,  $b_1 = 0$  であるから, 数列  $\{a_n\}$  の一般項は  $a_n = \boxed{\text{キ}}$  であり, これから数列  $\{b_n\}$  の一般項は  $b_n = \boxed{\text{ク}}$  となる.

次の空欄を埋めよ。

2 2次関数  $y = x^2$  のグラフにおいて点  $A(a, a^2)$ ,  $B(b, b^2)$  ( $a < b$  とする) における接線  $l_A$ ,  $l_B$  の交点を  $C$  とすると  $C$  の座標は (, ) である。

$y = x^2$  の接線のうち、直線  $AB$  と同じ傾きをもつ接線は、点  $D$  (, ) で  $y = x^2$  と接し、その接線の方程式は  $y =$   である。点  $D$  を接点とするこの接線を  $l_D$  とする。

接線  $l_A$ ,  $l_B$  と曲線  $y = x^2$  で囲まれた図形の面積を  $S_1$  とすると、 $S_1$  の値は  であり、接線  $l_A$ ,  $l_D$  と  $y = x^2$  で囲まれた図形の面積を  $S_2$  とすると、 $S_2$  の値は  である。したがって、 $S_1$  と  $S_2$  の比  $S_1 : S_2$  は  : 1 である。

3

図のように、平面上の3つのベクトル  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$  は始点がすべてOであり,  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角と,  $\vec{b}$  と  $\vec{c}$  のなす角はともに  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi$ ) であるとする. さらに  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  の長さはすべて1であるとする. これらのベクトルの内積の和  $s = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  を考える.

(1)  $s$  の値が  $\frac{1}{2}$  になるのは  $\theta = \boxed{\text{ア}}$  のときであり, そのときの  $\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{イ}}$  である.

(2)  $s$  の値が  $-1$  になるのは  $\theta = \boxed{\text{ウ}}$  のときであり, そのときの  $\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{エ}}$  である.

(3)  $s$  の値が最小になるのは  $\theta = \boxed{\text{オ}}$  のときであり, そのときの  $s$  の値は  $\boxed{\text{カ}}$  である. また, そのときの  $\triangle ABC$  の面積は  $\boxed{\text{キ}}$  である.

