

数 学

(医 学 部)

— 2 月 2 日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

メモ

次の空欄を埋めなさい。

解答は分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

1

(1) a, a, a, a, a, b, b, c の8文字を1列に並べるとき、並べ方の総数は である。

(2) 関数 $y = 8^x - 3 \cdot 2^{x+3} + 2$ は、 $x =$ のとき最小値をとる。

(3) $AB = 8$, $BC = 5$, $CA = 7$ である三角形 ABC の内心を I とし、直線 CI と辺 AB との交点を D とする。このとき、三角形 ADI の面積は、三角形 ABC の面積の 倍である。

(4) $\int_{-1}^2 (x+2)(x-3) dx =$

(5) 4つの鋭角 A, B, C, D が、 $\cos A = \cos B \cos C$, $\sin B = \sin A \sin D$ という2つの関係式を満たしているとき、 $\sin C \tan D$ を B のみで表すと、 $\sin C \tan D =$ である。また、 $\tan A \cos D$ を C のみで表すと、 $\tan A \cos D =$ である。

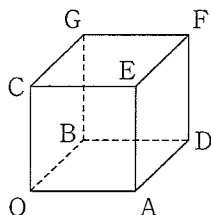
(6) n を自然数とする。 $\sqrt{n^2+63}$ が自然数になるような n は 個ある。

(7) 方程式

$$\log_{2023}(11-2x) + \log_{\frac{1}{2023}}(1-x^2) = \log_{2023}(x+2) + 2 \log_{\frac{1}{2023}}(x+1)$$

の解は、 $x =$ である。

- 2 $k > 1$ とする. 下図のような 1 辺の長さが 1 の立方体 OADB-CEFG において, $\overrightarrow{DL} = k\overrightarrow{DF}$ となる点を L とし, 直線 OL と面 CEFG との交点を M とする. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする.



- (1) $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表すと $\boxed{\text{ア}}$ であり, $|\overrightarrow{OM}| = \boxed{\text{イ}}$ である.
- (2) $\cos \angle AOM = \boxed{\text{ウ}}$ であり, 三角形 OAM の面積は $\boxed{\text{エ}}$ である. また, 点 C から平面 OAM へ下ろした垂線と, 平面 OAM との交点を H とする. 垂線 CH の長さは $\boxed{\text{オ}}$ であり, 四面体 OAMC の体積は $\boxed{\text{カ}}$ である.
- (3) 点 O と異なる点 N が線分 OF 上にあり, $\overrightarrow{ON} \perp \overrightarrow{MN}$ を満たすとき, $\overrightarrow{ON} = \boxed{\text{キ}}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ である. また, 四面体 ABCN の体積は $\boxed{\text{ク}}$ である.

- 3 a を実数とする. 数列 $\{a_n\}$ は, 初項を $a_1 = a$ とし, 自然数 n に対して, 漸化式 $a_{n+1} = 4|a_n - 1|$ で定義されるものとする.

- (1) $a = \frac{41}{32}$ のとき, $a_4 = \boxed{\text{ア}}$ である.
- (2) $a = \frac{47}{64}$ のとき, $a_4 = \boxed{\text{イ}}$ である.
- (3) すべての自然数 n に対して $a_n = a$ となるとき, a は, $a = \boxed{\text{ウ}}$, または, $a = \boxed{\text{エ}}$ である. ただし, $\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$ とする.
- (4) $a > \boxed{\text{エ}}$ ならば, 一般項 a_n は, a を用いて表すと, $a_n = \boxed{\text{オ}}$ である.
- (5) $a_1 \neq \boxed{\text{ウ}}$ であり, 2 以上のすべての自然数 n に対して $a_n = \boxed{\text{ウ}}$ となるとき, a は, $a = \boxed{\text{カ}}$ である.
- (6) $a_1 \neq \boxed{\text{ウ}}$, かつ, $a_2 \neq \boxed{\text{ウ}}$ であり, 3 以上のすべての自然数 n に対して $a_n = \boxed{\text{ウ}}$ となるとき, a は, $a = \boxed{\text{キ}}$, または, $a = \boxed{\text{ク}}$ である. ただし, $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする.

メモ

