

理 科

〈監督者の指示があるまで開いてはいけない〉

1. 出願時に選択した2科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 選択していない科目の解答用紙は問題配布後に回収します。
3. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
4. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。
落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。
5. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用しなさい。
6. 記入中でない解答用紙は必ず裏返しにしておきなさい。
7. 問題冊子は試験終了後、持ち帰ってもよい。
ただし、試験途中には持ち出してはいけない。

問 題 目 次

物 理	1	～	5	ページ
化 学	6	～	14	ページ
生 物	15	～	24	ページ



物 理

1.

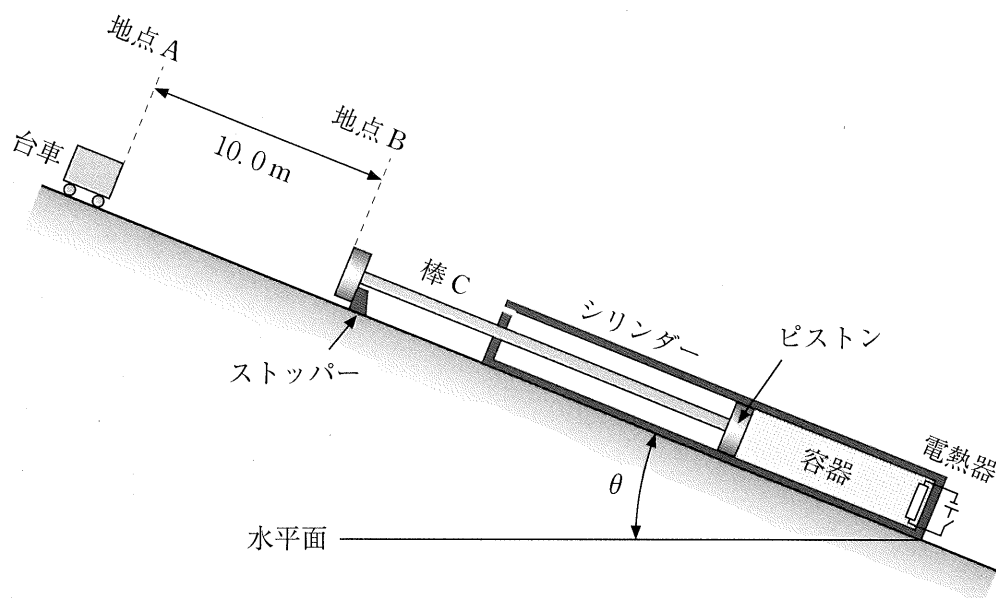


図1 (概念図：原寸に比例しない)

図1に示すように、大気中において水平面となす角が θ の斜面の上に台車がある。台車は斜面の傾斜に沿ってなめらかに動くが、台車には制動装置がついていて、ブレーキをかけることもできる。斜面にはピストンのついた断面積一定のシリンダーが固定されていて、シリンダーとピストンで囲まれた空間には気体のヘリウムが密閉されている。ピストンには変形しない棒Cがついており、ヘリウムの膨張とともに気密を保ちながらピストンと棒Cは一体となって斜面に平行に滑らかに動く。また、棒Cの先端が図1の地点Bより斜面の右下方へは移動しないように、斜面上にストッパーが取り付けられている。棒Cの先端が地点Bにある状態で、斜面に沿って地点Bから10.0 m離れた地点Aに図1のように台車を静かに置き、制動をかけずに放置すると、台車は2.0秒後に棒Cの先端に正面から衝突する。なお、重力の加速度は鉛直下向きで 9.8 m/s^2 、台車の質量は $M [\text{kg}]$ とし、空気抵抗は考えない。解答欄に指定された単位を用い、数値はすべて有効数字2桁で答えること。

I. まず斜面を下る台車について考える。

問 1. 台車が制動なしに斜面を下るときの加速度の大きさおよび $\sin \theta$ の値を数値で求めよ。

問 2. 台車が地点 A から下り始めてから t 秒後に制動装置のスイッチを入れて一定の制動力をかけ続けたところ、台車の右端が地点 B に到達したところで棒 C の先端に衝突することなく接触して停止した。この過程において制動力がした仕事を、 M を用いて表せ。

問 3. 問 2 で台車にかけた一定の制動力の大きさを、 M と t を用いて表せ。

問 4. 問 2 で、台車が地点 B で停止したのは、台車が地点 A から下り始めてから 3.0 秒後であった。制動装置のスイッチを入れたのは、台車が地点 A から斜面を下り始めてから何秒後か、数値で答えよ。

II. 次に、台車が地点 B で棒 C の先端に接触して静止した状態で台車の制動を解除し、単原子分子気体であるヘリウムの熱膨張を利用して台車を地点 A まで押し戻すことにした。シリンダーの断面積は $1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ で、シリンダーとピストンからなる容器からヘリウムや熱の出入りはない。シリンダー内には電熱器があり、シリンダーとピストンに囲まれた空間のヘリウムを 50 W で加熱できる。電熱器が発生する熱は全てヘリウムにだけ伝わるものとし、シリンダー、ピストンや電熱器の熱容量は考えない。また、ヘリウムの温度はつねに容器内のヘリウム全体にわたって一様とし、ヘリウムへの重力の影響は考えない。ヘリウムは理想気体として扱い、ピストンと棒 C の重さは考えないこととする。

問 5. 電熱器のスイッチを入れてヘリウムを加熱し始めたところ、1800 秒後にピストンと台車が動き始め、そのさらに 800 秒後に台車が地点 A に戻った。ヘリウムの温度と圧力は、加熱前は大気と同じであった。この一連の過程においてヘリウムがピストンにした仕事は、電熱器が消費した電力量全体の何パーセントか、数値で答えよ。

問 6. 台車の質量 $M [\text{kg}]$ の値を求めよ。なお、大気圧は $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ とする。

問 7. 膨張を始める前のヘリウム気体の体積を求めよ。

問 8. 台車の質量や容器の大きさも含めて全ての装置はそのまま、容器内の気体だけがヘリウムではなく二原子分子気体である水素であったとする。その場合、電熱器で加熱を始めてからピストンが動き始めるまでの時間と、ピストンが動き始めてから台車が地点 A に戻るまでの時間はそれぞれ何秒となると予想されるか、理由を含めて簡潔に答えよ。

2.

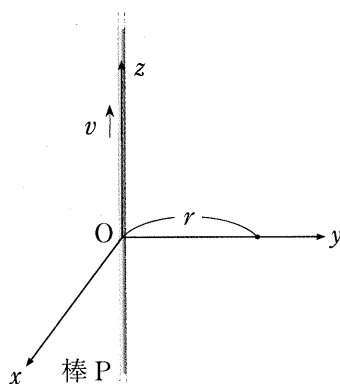


図 1

I. 図 1 のように無重力の真空中にある直交座標軸の z 軸上を、無限に長いまっすぐな絶縁体の棒 P が、 z 軸正の向きに一定の速さ v で運動している。棒 P は一様に帯電しており、その電気量は単位長さあたり ρ である。ここで $\rho > 0$ 、真空の誘電率を ϵ_0 、真空の透磁率を μ_0 とする。棒は細く、太さは考えなくてよい。なお、無限に長い直線に沿った電流 I が距離 r だけ離れた位置につくる磁束密度の大きさは $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ であること、電荷 q から発生する電気力線は $\frac{q}{\epsilon_0}$ 本であることを用いてよい。また、真空中の光速 c は $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ に等しいことから、解答には μ_0 を用いずに ϵ_0 と c を用いること。

問 1. $r > 0$ として、棒 P の運動による電流が作る磁束密度の、点 $(0, r, 0)$ における向きと大きさを求めよ。

問 2. z 軸を中心軸とする半径 r の円筒の表面を貫く電気力線を考えることにより、棒 P 上に分布する電荷が作る電場の、点 $(0, r, 0)$ における向きと大きさを求めよ。

ここで、点 $(0, r, 0)$ を通って z 軸に平行な直線に沿って、もう一本の無限に長いまっすぐな細い絶縁体の棒 Q を置く。棒 Q も棒 P と同じく単位長さあたり ρ で一様に帯電しており、棒 P と同じ速さ v で z 軸正の向きに運動している。

問 3. 棒 Q が単位長さあたりに問 2 の電場から受けるクーロン力 $\vec{F}_1$ の向きと大きさを求めよ。

問 4. 棒 Q が単位長さあたりに問 1 の磁場から受けるローレンツ力 $\vec{F}_2$ の向きと大きさを求めよ。

問 5. 問 3 と問 4 をもとに、棒 Q の単位長さあたりにはたらく合力 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ を考えるとき、それが $\vec{0}$ となる v を求めよ。

II. 光には波動性と粒子性が備わっていることと、物体の運動量やエネルギーは観測者の運動状態によって異なって見えることを考えあわせることにより、質量 M の静止した物体がもつエネルギー E が、真空中の光速 c を用いて Mc^2 で与えられることを導こう。

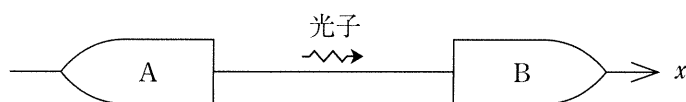


図 2

無重力の真空中で x 軸上を等速直線運動する 2 つの宇宙船 A, B があり, A から見ると B は速さ v で遠ざかっているものとする。宇宙船 A から送った光子が宇宙船 B で反射されて宇宙船 A に戻ってくる過程を考える。ここで $v < c$ とする。なお, 以下では宇宙船 A, B は質量が十分大きいとして, 光子の受け渡しによる宇宙船の速度変化は考えなくてよい。

問 6. 宇宙船 A から x 軸に沿って 1 個の光子を宇宙船 B に向けて送り出し, それを B の上で観測する場合(図 2 参照)には, A 上の観測者にとってはその光子のエネルギーが E_0 に見えていたものが, B 上の観測者にとってはその同じ光子のエネルギーが E_1 に見えるとする。一方, B に到着した光子が B で吸収されずに反射される現象は, B から見て 1 個あたりのエネルギーが E_1 である光子を吸収した B が, B から見て 1 個あたり同じエネルギー E_1 をもつ新たな光子を反対の向きに放出することに相当する。いま, A 上の観測者から見てエネルギー E_0 をもった 1 個の光子を A から発射したところ, それが B で反射されて A に戻ってきたとする。その光子のエネルギーを A で観測したときの値を E_2 とするとき, 比 $\frac{E_1}{E_0}$ を用いて $\frac{E_2}{E_0}$ を表せ。

問 7. 光は波動でもあるので, 波動の一般的性質であるドップラー効果が観測される。A から見て振動数が f の光が A から放出されて B に到着するとき, その全過程を A 上で観測するならば, 単位時間に何周期分の波が B に到着するのが観測されるか。 f , c , v を用いて表せ。

問 8. 問 7 の光が B で反射されて A に向かう場合, その様子を, やはり A 上で観測する。このとき, 反射光はどのような振動数の光として A で観測されるか。 f , c , v を用いて表せ。

問 9. 問 6 と問 8 の結果から v , c を用いて比 $\frac{E_1}{E_0}$ を表せ。

例えば電子・陽電子の対消滅のように、粒子とその反粒子からなる複合系が消滅し、2つの光子に変わることがある。いま、宇宙船A上に静止していた質量 M の複合粒子Sが消滅して2つの光子が発生したとする。これをA上で観測するならば、運動量とエネルギーの保存則によって、2つの光子は大きさが等しく反対向きの運動量をもち、それぞれのエネルギーは静止した粒子Sがもっていたエネルギー E の半分である。運動量やエネルギーの保存則は観測者の運動状態に関わらず成り立つので、宇宙船B上の観測者にとっても、これら2つの光子の運動量やエネルギーの和は、Aと共に運動していた粒子Sの運動量やエネルギーに等しいはずである。

問10. 粒子Sが消滅して発生したこれら2つの光子が x 軸に沿って互いに反対向きに放出されたとする。問9の結果を参考にして、B上の観測者から見た場合にこれら2つの光子のエネルギーがそれぞれどう見えるかを考え、その和を E , c , v を用いて表せ。

問11. $|v| \ll c$ のときには質量 M の粒子の運動エネルギーが $\frac{Mv^2}{2}$ で与えられることと、前問の結果を考えあわせることによって、質量 M の粒子が静止しているときには $E = Mc^2$ のエネルギーをもつことを導け。なお、 $|x| \ll 1$ のときに成り立つ近似式 $\frac{1}{\sqrt{1-x}} \doteq 1 + \frac{x}{2}$ を用いてよい。

