

平成 21 年度

入 試 問 題

数 学 【525】

試験開始の合図があるまでに、次の注意事項をよく読んでください。

1. 試験開始の合図があるまで、問題用紙を開かないでください。
 2. 机の上には、受験票・鉛筆・シャープペンシル・消しゴム・鉛筆削り(電動式は除く)・腕時計(時刻表示機能だけのもの)・眼鏡以外のものは置かないでください。
 3. 問題用紙・解答用紙の両方に必ず志望学部(学校)・志望学科(専攻)・志望コース・受験番号・氏名・フリガナを記入してください。提出の前に記入漏れがないか再度確認してください。
 4. 「必須問題」については全員必ず解答してください。
「選択問題」については、5 問題中 3 問題を選択し、解答してください。
 5. 選択した問題については、解答用紙左端の選択欄に○を必ず記入してください。
 6. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明・ページの落丁・乱丁に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
 7. 問題用紙の余白等は適宜利用して構いません。
 8. 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入してください。
 9. 配布された問題用紙・解答用紙は試験終了後回収しますので、持ち帰らないでください。
- ◇携帯電話・PHS などは、電源を切った上でカバン等の中にしまってください。

志望学部(学校)	志 望 学 科 (専攻)	志望コース	受 験 番 号	フリ ガナ	
	()			氏 名	

〔必須問題〕 全員必ず解答してください。

〔 1 〕 次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

- (1) 放物線 $y = x^2$ を平行移動させ、直線 $y = x$ に点 (t, t) で接するようにした放物線を C とする。この放物線 C が放物線 $y = -x^2$ と共有点をもつような t の値の範囲は、 ア $\leq t \leq$ イ であり、 t の値がこの範囲にあるとき、放物線 C と放物線 $y = -x^2$ とで囲まれる図形の面積は、 $t =$ ウ で最大となり、その最大値は エ となる。

- (2) x, y はそれぞれ、1 と異なる正の数とする。このとき、

$$x^{\frac{y}{x}} = y^{\frac{x}{y}}, \log_x y + \log_y x = \frac{13}{6}, x < y$$

を満たす x, y を求めると、 $x = \frac{\text{オ}}{2}$, $y = \frac{\text{カ}}{4}$ となる。

- (3) ある年齢層の男性について、確率が $\frac{1}{10}$ でかかっている病気 A があるとする。健康診断でその年齢層の男性を 25 人検診した。 k を $0 \leq k \leq 25$ を満たす整数とすると、25 人中、病気 A にかかっている人数が k 人である確率を P_k とおく。このとき、

$$\frac{P_{k+1}}{P_k} - 1 = \frac{2(\text{キ} - 5k)}{9(k+1)} \quad (0 \leq k \leq 24)$$

となる。よって、 P_k が正の数であることに注意すると、

$0 \leq k \leq$ ク のとき、 $P_k < P_{k+1}$, ク $+ 1 \leq k \leq 24$ のとき、 $P_k > P_{k+1}$ となる。このことから、 P_k が最大となる k は、 $k =$ ケ の場合であることが分かり、そのとき、 $P_k = 3^{\text{コ}} \times 10^{-23}$ と表すことができる。また、 $k =$ ケ の場合の次に P_k が大きいのは、 $k =$ サ の場合であることが分かる。

〔選択問題〕以下の5問題中3問題を選択し、解答してください。

選択した問題については、解答用紙左端の選択欄に○を記入してください。

〔 2 〕 2次関数 $y = x^2$ のグラフと、 x 軸、および直線 $x = 1$ とで囲まれた図形を S とするとき、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) 直線 $y = b$ が、図形 S を面積の等しい2つの部分に分けるととき、 $b =$ ア である。

(2) 直線 $y = -x + 1$ と、放物線 $y = x^2$ 、および直線 $x = 1$ とで囲まれた図形の面積は $\frac{\text{イ}}{12}$ である。

(3) 直線 $y = -x + k$ が、図形 S を面積の等しい2つの部分に分けるととき、この直線と放物線 $y = x^2$ の $0 < x < 1$ の範囲における交点の x 座標を p とおく。このとき、 p は $4p^3 -$ ウ $p^2 -$ エ $p +$ オ $= 0$ を満たす。また、 p を小数で表したとき、その小数第1位の数は カ である。

[3] 関数 $f(x) = |x^3 - 3x| + 3x$ について、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) 関数 $f(x)$ は、 $x =$ ア で極大となり、 $x =$ イ で最小となる。

(2) a, b は $-\sqrt{3} < a < 0 < b < \sqrt{3}$ を満たす定数とする。 $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(a, f(a))$ において接線を引いたとき、その接線が点 $(b, f(b))$ においても $y = f(x)$ のグラフに接しているとする、 $a =$ ウ , $b =$ エ である。また、その接線の方程式は $y =$ オ $x +$ カ である。

[4] 1, 3, 5, ..., 17, 19 という 1 以上 19 以下の 10 個の奇数について、次の にあてはまる整数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) これら 10 個の奇数の総和 $1+3+5+\cdots+17+19$ は、 ア である。

(2) これら 10 個の奇数のそれぞれの 2 乗の総和 $1^2+3^2+5^2+\cdots+17^2+19^2$ は、 イ である。

(3) これら 10 個の奇数のそれぞれの 3 乗の総和 $1^3+3^3+5^3+\cdots+17^3+19^3$ は、 ウ である。

(4) これら 10 個の奇数のうち、たがいに隣接する 2 つの奇数の積の総和 $1 \cdot 3+3 \cdot 5+\cdots+17 \cdot 19$ は、 エ である。

(5) これら 10 個の奇数のうち、たがいに隣接していない相異なる 2 つの奇数の積の総和 $1 \cdot 5+1 \cdot 7+\cdots+15 \cdot 19$ は、 オ である。

ただし、たがいに隣接する 2 つの奇数とは、1 と 3 のように、その差が 2 である 2 つの奇数のこととする。

〔 5 〕 四角形 ABCD は円に内接していて、

$$AB = 3, AD = 2, \angle BAD = 30^\circ, BC = CD$$

であるとする。また、対角線 AC と BD の交点を P とする。このとき、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $\overrightarrow{AP} = \boxed{\text{ア}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{イ}} \overrightarrow{AD}$

(2) $|\overrightarrow{AP}| = \boxed{\text{ウ}} (\sqrt{6} + \sqrt{2})$

(3) k を正の定数として、 $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AP}$ とすると、 $k = \boxed{\text{エ}} (2 - \sqrt{3})$ となる。

(4) 四角形 ABCD の面積 = $\boxed{\text{オ}} (2 - \sqrt{3})$

〔 6 〕 a, b を定数とする 3 次方程式 $x^3+ax+b=0$ が解として, $1, \cos \alpha, \cos \beta$ をもつとき (ただし, α, β は定数), 次の にあてはまる数を求め, 解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) a のとり得る値の範囲は, $\leq a \leq$ である。

(2) $\cos(\alpha+\beta), \cos(\alpha-\beta)$ を解にもつ 2 次方程式は,

$x^2 +$ $bx +$ $b = 0$ である。

(3) $0 \leq \alpha \leq \pi, 0 \leq \beta \leq \pi$ で, かつ $b = -\frac{1}{5}$ とするとき, $\sin \alpha, \sin \beta$ を解にもつ 2 次方程式を $x^2+cx+d=0$ と表すと, $c^2 = \frac{\text{オ}}{5}, d = \frac{\text{カ}}{5}$ となる。