

平成 20 年度

入 試 問 題

数 学 【524】

試験開始の合図があるまでに、次の注意事項をよく読んでください。

1. 試験開始の合図があるまで、問題用紙を開かないでください。
 2. 机の上には、受験票・鉛筆・シャープペンシル・消しゴム・鉛筆削り(電動式は除く)・腕時計(時刻表示機能だけのもの)・眼鏡以外のものは置かないでください。
 3. 問題用紙・解答用紙の両方に必ず志望学部(学校)・志望学科(専攻)・志望コース・受験番号・氏名・フリガナを記入してください。提出の前に記入漏れがないか再度確認してください。
 4. 「必須問題」については全員必ず解答してください。
「選択問題」については、5 問題中 3 問題を選択し、解答してください。
 5. 選択した問題については、解答用紙左端の選択欄に○を必ず記入してください。
 6. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明・ページの落丁・乱丁に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
 7. 問題用紙の余白等は適宜利用して構いません。
 8. 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入してください。
 9. 配布された問題用紙・解答用紙は試験終了後回収しますので、持ち帰らないでください。
- ◇携帯電話・PHS などは、電源を切った上でカバン等の中にしまってください。

志望学部(学校)	志 望 学 科 (専攻)	志望コース	受 験 番 号	フリ ガナ	
	()			氏 名	

〔必須問題〕 全員必ず解答してください。

〔 1 〕 次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) α は無理数で、2 次方程式 $3x^2 + 4x - 1 = 0$ の解であるとする。このとき、 $\frac{1}{1-\alpha}$ を A, B を有理数として、 $\frac{1}{1-\alpha} = A + B\alpha$ という形で表すと、 $A =$ ア , $B =$ イ である。

(2) m を定数とする。 $0 \leq x \leq 1$ という範囲で、関数 $f(x) = |x^2 - mx|$ の最大値を m の関数と考えて、 $g(m)$ と表す。このとき、

$m \leq$ ウ ならば、 $g(m) = -m + 1$,

ウ $< m \leq$ エ ならば、 $g(m) =$ オ m^2 ,

エ $< m$ ならば、 $g(m) = m - 1$

となる。また、 m を変化させるとき、関数 $g(m)$ の最小値は カ となる。

(3) (2) と同じ関数 $f(x)$ に対して、 $h(m) = \int_0^1 f(x) dx$ と定める。 m を変化させるとき、

関数 $h(m)$ は $m =$ キ のとき最小となり、最小値は $\frac{\text{ク}}{6}$ となる。

(4) 袋の中に札が 9 枚あり、そのうち a 枚には数字の 1 が、 b 枚には数字の 2 が、残りの c 枚には数字の 3 が記されている。ただし、 $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ とする。袋の中をよくかきまぜたのち、1 枚の札を抜き出し、そこに記されている数 X を記録する。そのあと、札を袋に戻してよくかきまぜてからもう一度、1 枚の札を抜き出し、そこに記されている数 Y を記録する。

(i) $a = 2, b = 3$ のとき、 $X + Y = 4$ となる確率は ケ である。

(ii) $X + Y = 3$ となる確率が最大となるように a, b を定めるとすると、その場合の $X + Y = 3$ となる確率は コ である。

(iii) $X = Y$ となる確率が最小となるように a, b を定めるとすると、その場合の $X = Y$ となる確率は サ である。

〔選択問題〕以下の5問題中3問題を選択し、解答してください。

選択した問題については、解答用紙左端の選択欄に○を記入してください。

〔 2 〕 次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $x(y-x) = \text{ア} \{(y^2-x^2)-(y-x)^2\}$ が成り立つ。

(2) 数列 $\{a_n\} (n=0, 1, 2, \dots)$ は、 $a_0=0$ であり、 $n=1, 2, 3, \dots$ のとき、

$$\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k-1})^2 = n^2, \quad a_{n-1} < a_n$$

を満たすとする。このとき、 $a_3 = \text{イ}$ であり、

$$\sum_{k=1}^{100} a_{k-1}(a_k - a_{k-1}) = \text{ウ} (a_{100})^2 + \text{エ},$$

$$\sum_{k=1}^{100} a_k(a_k - a_{k-1}) = \text{オ} (a_{100})^2 + \text{カ}$$

となる。

[3] 次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $\tan \frac{\pi}{12} = a - \sqrt{b}$ を満たす整数 a, b を求めると、 $a =$ ア $,$
 $b =$ イ $である。$

(2) $x = \tan \frac{25}{28} \pi, y = \tan \frac{\pi}{7}$ のとき、式 $\frac{x-y}{1+xy}$ の値は ウ $である。$

(3) (1)で定まった整数 a, b に対して、次の(*)が成り立つような正の整数 n のうち、
最小のものは エ $である。$

(*) n 個の任意の実数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ に対して、その中に必ず、

$$0 \leq \frac{a_i - a_j}{1 + a_i a_j} \leq a - \sqrt{b}$$

を満たす a_i, a_j (ただし、 $i \neq j$) が存在する。

[4] 1ではない正の数 x, y は,

$$x^4 y^3 = \frac{1}{16}, (\log_2 x)(\log_y 2) + (\log_2 y)(\log_x 2) = -\frac{17}{4}$$

を満たすとする。このとき、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $4 \log_2 x + 3 \log_2 y =$ ア である。

(2) $x > 1$ とすると、 $x =$ イ $, y =$ ウ である。

(3) $x < 1$ とすると、 $\frac{y}{x^3} =$ エ である。

[5] $AB = 1$, $BC = 2$ の長方形 $ABCD$ の辺 BC , CD 上にそれぞれ点 E , F を,
 $\angle AEF = 90^\circ$ となるようにとる。 $BE = x$ とおくとき, $\triangle CEF$ の面積を $S(x)$,
 $\triangle AEF$ の面積を $T(x)$ とする。 x が $0 \leq x \leq 1$ の範囲で変化するとき, 次の
 にあてはまる数を求め, 解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $S(x)$ は, $x =$ ア のとき最大値 イ をとる。

(2) $T(x)$ は, $x =$ ウ のとき最小値 エ をとる。さらにこのとき,
 $\tan \angle EFA =$ オ となる。

[6] 四面体 OABC に対して、点 P が

$$\overrightarrow{OP} + 2\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} + 4\overrightarrow{CP} = \vec{0}$$

を満たすとする。また、辺 AB 上に点 Q、辺 OC 上に点 R をとると、点 P は線分 QR の中点になっているとする。このとき、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $AQ : QB =$ ア $: 2$, $OR : RC =$ イ $: 1$ である。

(2) 直線 OP と平面 ABC の交わる点を S とするとき、 $OP : PS =$ ウ $: 1$ である。

(3) 直線 AP と平面 OBC の交わる点を T とするとき、

$$\overrightarrow{OT} =$$
 エ $\overrightarrow{OB} +$ オ $\overrightarrow{OC}$

となる。