

平成 19 年度

入 試 問 題

数 学 【526】

試験開始の合図があるまでに、次の注意事項をよく読んでください。

1. 試験開始の合図があるまで、問題用紙を開かないでください。
2. 机の上には、受験票・鉛筆・シャープペンシル・消しゴム・鉛筆削り(電動式は除く)・腕時計(時刻表示機能だけのもの)・眼鏡以外のものは置かないでください。
3. 問題用紙・解答用紙の両方に必ず志望学部(学校)・志望学科(専攻)・志望コース・受験番号・氏名・フリガナを記入してください。提出の前に記入漏れがないか再度確認してください。
4. 「必須問題」については全員必ず解答してください。
「選択問題」については、5 問題中 3 問題を選択し、解答してください。
5. 選択した問題については、解答用紙左端の選択欄に○を必ず記入してください。
6. 試験中に問題用紙の印刷不鮮明・ページの落丁・乱丁に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
7. 問題用紙の余白等は適宜利用して構いません。
8. 解答はすべて解答用紙の所定欄に記入してください。
9. 配布された問題用紙・解答用紙は試験終了後回収しますので、持ち帰らないでください。

◇携帯電話・PHS などは、電源を切った上でカバン等の中にしまってください。

志望学部(学校)	志 望 学 科 (専攻)	志望コース	受 験 番 号	フリ ガナ	
	()			氏 名	

〔必須問題〕 全員必ず解答してください。

〔 1 〕 次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $a > 0$ とする。 x の関数 $f(x) = 2x^3 - 9ax^2 + 12a^2x - \frac{1}{2}$ が $x > 1$ の範囲で

つねに正の値をとるのは、定数 a の値の範囲が $0 < a \leq$ ア , または、

イ $\leq a$ のときである。また特に、 $a =$ ア のとき、この関数 $f(x)$ は

極小値 ウ をとる。

(2) 放物線 $y = x^2$ と直線 $y = mx + 1$ が交わってできる点のうち、第2象限の方を P、

第1象限の方を Q とする。また原点を O とし、線分 OP と放物線 $y = x^2$ とで囲まれ

る図形の面積を S_1 、線分 OQ と放物線 $y = x^2$ とで囲まれる図形の面積を S_2 とおく

とき、 $S_1 : S_2 = 1 : 8$ となるとする。このとき、点 Q の x 座標の値は、 エ

であり、 $m = \frac{1}{\text{オ}}$ となる。また、さらにこのとき、 $\angle POQ =$ カ °

である。

(3) 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3 の9個の数字から、3個の数字(同じ数字を含んでよ

い)を選んで並べ、3桁の整数をつくる時、異なる整数は全部で キ 個でき

る。同様に、8個の数字を選んで8桁の整数をつくる時、異なる整数は全部で

ク 個できる。さらにこの8桁の整数のうち、33000000 より小さい整数は全部

で ケ 個ある。

(4) 数直線上を動く点 P がある。1個のサイコロを投げて、4以下の目が出たときには

P は負の向きに1だけ進み、5以上の目が出たときには P は正の向きに2だけ進むと

する。いま、最初に数直線上の -1 の位置にある P が、サイコロを2回続けて投げ

たとき、原点の位置にある確率は $\frac{\text{コ}}{9}$ である。また、最初に数直線上の -2

の位置にある P が、サイコロを5回続けて投げたとき、原点の右側(原点は含まな

い)にある確率は $\frac{\text{サ}}{81}$ である。

〔選択問題〕以下の5問題中3問題を選択し、解答してください。

選択した問題については、解答用紙左端の選択欄に○を記入してください。

〔 2 〕 x, y 座標がともに整数で、 $0 \leq x, 0 \leq y \leq x^2$ を満たす点 $A(x, y)$ を次のように並べる。

$A_0(0, 0), A_1(1, 0), A_2(1, 1), A_3(2, 0), A_4(2, 1),$

$A_5(2, 2), A_6(2, 3), A_7(2, 4), \dots$

すなわち、 x 座標が異なる場合、 x 座標が大きい方の点が後の方に並び、 x 座標が等しい場合、 y 座標が大きい方の点が後の方に並ぶようにする。

このとき、次の にあてはまる正の整数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) 12 番目の点 A_{11} の座標は、 $A_{11}(\text{ア}, \text{イ})$ である。

(2) $n + 1$ 番目の点が $A_n(9, 17)$ であるとき、 $n = \text{ウ}$ である。

(3) k を正の整数とする。 $n + 1$ 番目の点が $A_n(k, k)$ であるとき、 n を k の式で表すと、 $n = \frac{k(2k^2 - \text{エ}k + \text{オ})}{6}$ となる。

〔 3 〕 A, B, C の 3 種類 の くじ が ある。A は 20 本 中 5 本 が 当 たり くじ, B は 15 本 中 10 本 が 当 たり くじ, C は 10 本 中 3 本 が 当 たり くじ で ある。A, B, C の くじ を この 順 に 1 本 ず つ, 全 部 で 3 本 ひ く と き, 次 の に あ て は ま る 数 を 求 め, 解 答 の み を 解 答 欄 に 記 入 し な さ い。

(1) 少なくとも 1 本 が 当 たり くじ で ある 確 率 は $\frac{\text{ア}}{40}$ で ある。

(2) 2 本 が 当 たり くじ で, 1 本 が 当 たり くじ で な い 確 率 は $\frac{\text{イ}}{24}$ で ある。

(3) 当 たり くじ の 本 数 の 期 待 値 は $\frac{\text{ウ}}{60}$ で ある。

(4) X 本 目 に 初 め て 当 たり くじ を ひ く と す る。た だ し, 3 本 と も 当 たり くじ で な い 場 合,

$X = 0$ と 定 め る。こ の と き, X の 期 待 値 は $\frac{\text{エ}}{40}$ で ある。

- [4] a を正の定数とする。二等辺三角形 ABC において、 $AB = AC = a + 1$ 、 $BC = 2$ であるとする。いま、辺 AB 上に $AP = 1$ となる点 P を、辺 AC 上に $CQ = 1$ となる点 Q をとり、 $BQ = x$ とおく。このとき、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) s, t を定数として、 x^2 を a の式で、 $x^2 = \frac{sa + t}{a + 1}$ と表すとき、 $s =$,
 $t =$ である。

(2) $x = a + 1$ のとき、 $a =$ である。

(3) $x = a$ のとき、 $CP =$ となる。

[5] 正の整数 n に対して、集合

$A_n = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 51, 1 \leq y \leq 51, x, y \text{ は整数}, x^2 + y^2 + 2 \text{ は } n \text{ の倍数}\}$

を考える。次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

ただし、集合 A, B に対し、 $A \cap B$ で A と B の共通部分を表すとする。

(1) 集合 A_2 の要素の個数は ア である。

(2) 集合 A_3 の要素の個数は イ である。

(3) $A_2 \cap A_3 = A$ ウ である。

(4) 集合 $B = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 51, 1 \leq y \leq 51, x, y \text{ は奇数}\}$ とするとき、集合 $B \cap A_4$ の要素の個数は エ であり、集合 $B \cap A_8$ の要素の個数は オ である。

- [6] 放物線 $y = -x^2$ 上を動く点 P から放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ に 2 本の接線をひき、接点を Q, R とする。ただし、点 Q, R の x 座標をそれぞれ、 α, β とおき、 $\alpha < \beta$ とする。また、動点 P の x 座標を p とおく。このとき、次の にあてはまる数を求め、解答のみを解答欄に記入しなさい。

(1) $\alpha + \beta =$ ア p , $\alpha\beta =$ イ $p^2 +$ ウ $p - 2$

(2) 線分 QR と放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ とで囲まれる図形の面積が最小となるのは、 $p =$ エ のときであり、その最小値は、 $\sqrt{\text{オ}}$ である。