

物 理

第 1 問 (35点)

地上の1点から鉛直上方へ質量 m [kg] の小物体を打ち上げる。地球は半径 R [m]、質量 M [kg] の一様な球で、物体は地球から万有引力の法則に従う力を受けるものとする。図を参照して、以下の問に答えよ。ただし、地上での重力加速度の大きさを g [m/s²]、万有引力数を G [N・m²/kg²] とする。また、地球の自転および公転は無視するものとする。

問1 地上での重力加速度の大きさ g を R 、 M 、 G を用いて表せ。

問2 物体の速度が地球の中心 O から $2R$ の距離にある点 A で0になるためには、初速度の大きさ v_0 [m/s] をどれだけにすればよいか、 g 、 R を用いて表せ。

物体の速度が点 A で0になった瞬間、物体に大きさが v [m/s] で OA に垂直な方向の速度を与える。

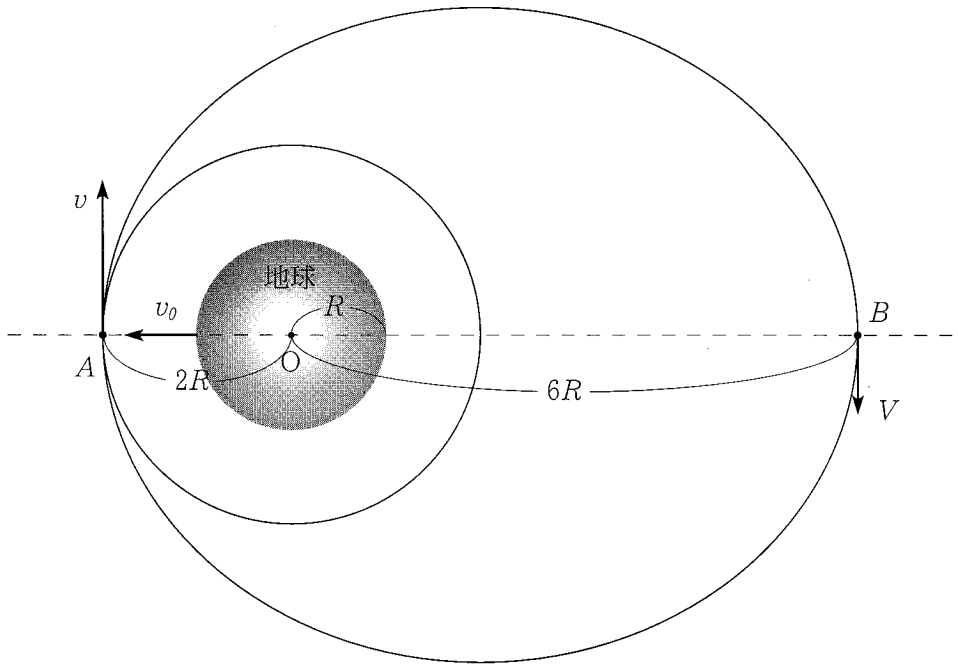
問3 物体が地球の中心 O を中心とする等速円運動をするためには、 v をどれだけにすればよいか、 g 、 R を用いて表せ。

点 A で物体に与える速さ v が問3で求めた値からずれると、物体の軌道は、地球の中心を1つの焦点とする楕円となる。楕円軌道は v が大きくなるほど大きくなり、 v がある値以上になると、物体は無限遠方に飛び去ってしまう。

問4 物体が AB を長軸とする楕円軌道を描くためには、 v をどれだけにすればよいか、以下の手順で求めよ。ただし、点 B の地球の中心からの距離は $6R$ である。

- (1) 点 A における面積速度と点 B における面積速度が等しいことから、点 B における物体の速さ V [m/s] を v を用いて表せ。
- (2) 速さ v を g 、 R を用いて表せ。

問5 物体が地球に衝突もせずかつ無限遠方に飛び去ることもなく楕円軌道を描き続けるためには、速さ v はどのような範囲になければならないか、不等式で表せ。



物 理

第 2 問 (35点)

図のように、ある水平面より上部の空間に水平方向を向いた一様な磁場（磁界）がある。この磁場中を長方形の1巻きのコイルが落下している。コイル面は磁場に垂直である。コイルの下部分が磁場の中から出はじめた後に落下速度が一定の大きさ v [m/s] となった。磁場の磁束密度の大きさは B [T]、向きは紙面に垂直で表から裏の方向である。コイルの横幅は L [m]、電気抵抗は R [Ω]、質量は M [kg] である。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。一定の速さ v で落下中のコイルについて、以下の問いに答えよ。

問1 コイルを流れる電流の大きさ I [A] と方向を求めよ。

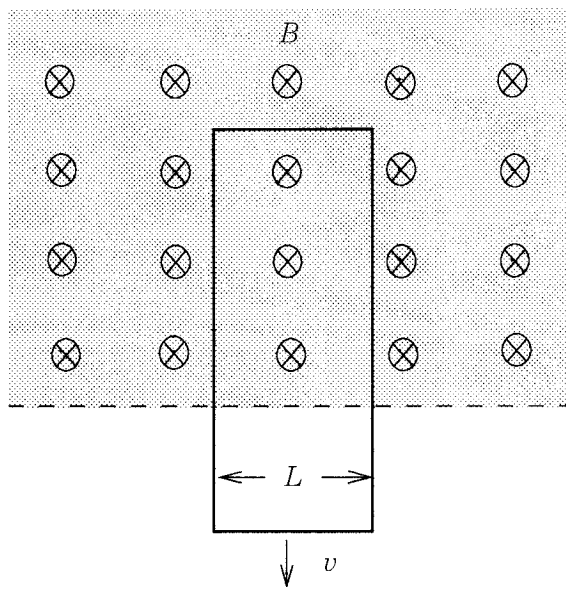
問2 コイルに働く力のつりあいから速さ v を求めよ。

問3 コイルで単位時間あたりに発生するジュール熱 P [W] を求めよ。

問4 このジュール熱を生み出すエネルギーはどこから供給されるか、数式を用いて説明せよ。

問5 次の場合、速さ v の値はどう変わるか、理由をつけて答えよ。

- (1) コイルの導線の断面積を2倍にしたとき。
- (2) コイルを2巻きにしたとき。
- (3) コイルを相似形で導線の全長を2倍にしたとき。



物 理

第 3 問 (30点)

質量 m [kg] の単原子分子 N 個からなる理想気体について以下の問いに答えよ。

問1 温度 T [K] の理想気体が、体積 V [m³] の容器の中に閉じ込められているとする。
分子の熱運動の考えに基づくと、気体の圧力 p [N/m²] は、

$$p = \frac{1}{3} \frac{Nm\overline{v^2}}{V} \quad (1)$$

で与えられる。ただし、 $\overline{v^2}$ は分子の速さの 2 乗の平均値で、 j 番目の分子の速さ v_j の 2 乗を v_j^2 とすると

$$\overline{v^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_j^2 \quad (2)$$

と表される。

理想気体の内部エネルギー U [J] は、式(1)と理想気体の状態方程式から、温度 T の関数として

$$U = \frac{3}{2} NkT \quad (3)$$

で与えられることを示せ。ここで、 k [J/K] はボルツマン定数である。

問2 水平な台の上に置かれた、滑らかに動くピストンのついた断面積 S [m²] の円筒容器がある。容器は、断熱材でできているが、外から熱を加えることができるような仕組みになっている。この容器に N 個の単原子分子からなる理想気体を入れ、図のようにおもりをのせたところ、ピストンの高さが x_1 [m] となった。この状態を状態 I とよぶ。次に、気体をゆっくり加熱したところピストンの高さが x_2 [m] となった。この状態を状態 II とよぶ。

外気の圧力を p_0 [N/m²]、ピストンとおもりの質量の和を M [kg]、重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。

(1) 状態 I、状態 II 各々における温度 T_1 [K]、 T_2 [K] とピストンの高さ x_1 、 x_2 との関係を導け。

- (2) 状態 I から状態 II へ変化する過程で、気体がなされた仕事 W [J] を温度 T_1 , T_2 で表せ. さらに, 式(3)を用いて, 気体が得た熱量 Q [J] を温度 T_1 , T_2 で表せ.
- (3) 気体の定圧比熱 C_p [J/K] を求めよ.
- (4) 式(3)を用いて, 定積比熱 C_v [J/K] を求めよ.

