

平成22年度 大阪市立大学個別学力検査

# 数 学 問 題

## 注 意 事 項

- 1 問題冊子は、監督者が「解答始め」の指示をするまで開かないこと。
- 2 問題冊子は全部で8ページである。脱落のあった場合には申し出ること。
- 3 解答用紙は全部で4枚である。各ページ所定欄に、それぞれ氏名、受験学部、受験番号（最後のページは、左右2か所）を忘れずに記入すること。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定欄に記入すること。
- 5 解答用紙の裏面を計算に使ってもよい。
- 6 商学部・経済学部・医学部看護学科・生活科学部の受験者は、1ページから4ページまでの問題、計4問を解答すること。
- 7 理学部・工学部・医学部医学科の受験者は、5ページから8ページまでの問題、計4問を解答すること。
- 8 机上に各自の「受験票」と「大学入試センター試験受験票」を出しておくこと。
- 9 問題冊子は持ち帰ること。

第 1 問 (50点) (理学部・工学部・医学部医学科)

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  とする. 次の問いに答えよ.

問1 2次正方行列  $X$ ,  $Y$  が共に逆行列をもてば, 積  $XY$  も逆行列をもつことを示せ.

問2 すべての実数  $s$  について,  $A + sE$  は逆行列をもつことを示せ.

問3 すべての実数  $t$  について,  $A^2 + 3tA + 2t^2E$  は逆行列をもつことを示せ.

第 2 問 (50点) (理学部・工学部・医学部医学科)

確率  $p$  で表が出るコインが 2 枚ある。それらを A, B とする。X さんは表が 2 回出るまでコイン A を投げ続け、Y さんは表が 3 回出るまでコイン B を投げ続ける。次の問いに答えよ。

問 1 A の裏がちょうど  $k$  回出る確率  $a_k$  を  $p$  と  $k$  を用いて表せ。

問 2 B の裏がちょうど  $k$  回出る確率  $b_k$  を  $p$  と  $k$  を用いて表せ。

問 3 A の裏が出る回数と B の裏が出る回数の和が 3 である確率  $c$  を  $p$  を用いて表せ。

第 3 問 (50点) (理学部・工学部・医学部医学科)

関数  $f(x) = \sin 2x + 3 \sin x$  について、次の問いに答えよ。

問1 導関数  $f'(x)$  の最大値, 最小値を求めよ。

問2  $a$  を定数として,  $g(x) = f(x) - ax$  と定義するとき,  $g(x)$  が極値をもつような  $a$  の値の範囲を求めよ。

第 4 問 (50点) (理学部・工学部・医学部医学科)

$a, b$  は  $a < b$  をみたす実数とする.  $f(x), g(x)$  は閉区間  $[a, b]$  で定義された連続関数で,  $g(x) \leq f(x)$  をみたすとする. 座標平面上, 不等式  $a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)$  をみたす点  $(x, y)$  全体からなる図形を  $A$  とする.  $A$  の面積  $S$  が正のとき,  $A$  の重心の  $y$  座標は,

$$\frac{1}{S} \int_a^b \frac{\{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2}{2} dx$$

で与えられる. この事実を用いて, 次の問いに答えよ.

問1  $r$  は  $0 < r < 1$  をみたす実数とする. 不等式  $r^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$  をみたす点  $(x, y)$  全体からなる図形を  $B$  とおく.  $B$  の重心の  $y$  座標  $Y(r)$  を  $r$  を用いて表せ.

問2  $t$  は正の実数とする. 不等式  $-1 \leq x \leq 1, \sqrt{1-x^2} - t \leq y \leq \sqrt{1-x^2}$  をみたす点  $(x, y)$  全体からなる図形を  $C$  とおく.  $C$  の重心の  $y$  座標  $Z(t)$  を  $t$  を用いて表せ.

問3 問1で得られた  $Y(r)$  と問2で得られた  $Z(t)$  について,  $\lim_{r \rightarrow 1-0} Y(r)$  と  $\lim_{t \rightarrow +0} Z(t)$  の大小を比較せよ.