前期日程用

平成19年度　大阪市立大学第２次試験

数　学　問　題

注意事項

1　問題冊子は，監督者が「解答始め」の指示をするまで開かないこと．

2　問題冊子は全部で８ページである．脱落のあった場合には申し出ること．

3　解答用紙の各ページ所定欄に，それぞれ氏名，受験学部，受験番号（最後のページは，左右２か所）を忘れずに記入すること．

4　解答は，すべて解答用紙の所定欄に記入すること．

5　解答用紙の裏面を計算に使ってもよい．

6　商学部・経済学部・医学部看護学科・生活科学部の受験者は，１ページから４ページまでの問題，計４問を解答すること．

7　理学部・工学部・医学部医学科の受験者は，５ページから８ページまでの問題，計４問を解答すること．

8　机上に各自の「受験票」と「大学入試センター試験受験票」を出しておくこと．

9　問題冊子は持ち帰ること．

第　1　問　(50点)　(理学部・工学部・医学部医学科)

実数 a，b，c，d は $ad = bc$，$abcd \neq 0$ をみたすものとし，$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ とおく．また，実数を成分とする2次の正方行列 $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ は零行列 $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ではなく，$AX = XA = O$ をみたすものとする．次の問いに答えよ．

問1　X は B の実数倍であることを示せ．

問2　実数を成分とする2次の正方行列 Y が $XY = YX = O$ をみたせば，Y は A の実数倍であることを示せ．

第　2　問　（50点）（理学部・工学部・医学部医学科）

a，bは定数とする．関数$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$について，次の問いに答えよ．

問 1　$f(x)$ が $x = 0$ で極値をとるための必要十分条件は，$b \neq 0$ または $a = b = 0$ であることを示せ．

問 2　$f(x)$ が $x = 0$ で極値をとり，さらに 0 以外の x で極値をとるための必要十分条件を a，b を用いて表せ．

第　3　問　（50点）（理学部・工学部・医学部医学科）

次の問いに答えよ．

問 1　次の不定積分を求めよ．

$$\int x \sin 2x \, dx$$

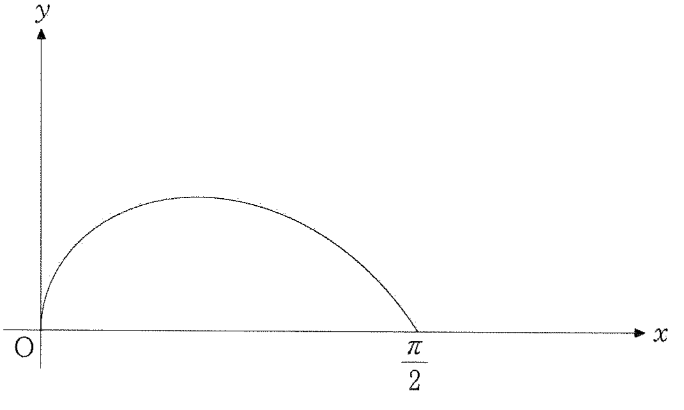
問 2　次の不定積分を求めよ．

$$\int x^2 \cos^2 x \, dx$$

問 3　媒介変数 θ により

$$x = \theta \sin \theta, \qquad y = \theta \cos \theta \qquad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

と表された下図のような曲線と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ．



第　4　問　(50点)　(理学部・工学部・医学部医学科)

$a>0$ とする．xy 平面において，点 $\mathrm{A}\,(a, a^2)$ における放物線 $y=x^2$ の接線を l とする．第1象限に中心を持ち，点Aで直線 l と接する円のうち，x 軸とも接する円を C_1，y 軸とも接する円を C_2 とする．円 C_1 の中心を $\mathrm{P_1}$，円 C_1 と x 軸との接点を $\mathrm{Q_1}$ とし，円 C_2 の中心を $\mathrm{P_2}$，円 C_2 と y 軸との接点を $\mathrm{Q_2}$ とする．直線 l と x 軸との交点を $\mathrm{R_1}$，直線 l と y 軸との交点を $\mathrm{R_2}$ とし，$\angle \mathrm{P_1R_1Q_1}=\theta$ とおく．次の問いに答えよ．

問1　$\mathrm{Q_2R_2}=2\mathrm{Q_1R_1}$ を示せ．

問2　$\mathrm{P_1Q_1}=\mathrm{P_2Q_2}$ となるときの $\tan\theta$ の値を求めよ．

問3　$\mathrm{P_1Q_1}=\mathrm{P_2Q_2}$ となるような a の値を求めよ．