第　1　問　（30点）　（理・工・医学部）

2次曲線 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$, $b>0$）と $xy=k$（$k>0$）が第1象限に共有点をもち，その点における2つの曲線の接線が一致するとき，k およびその共有点の座標（x_1, y_1）を a, b を用いて表せ．

第　2　問 (50点) (理・工・医学部)

空間内に4点 A$(0, 0, 1)$, B$(2, 1, 0)$, C$(0, 2, -1)$, D$(0, 2, 1)$ がある.

問1　点 C から直線 AB に下ろした垂線の足 H の座標を求めよ.

問2　点 P が xy 平面上を動き, 点 Q が直線 AB 上を動くとき, 距離 DP, PQ の和 DP + PQ が最小となる P, Q の座標を求めよ.

第　3　問　（60点）（理・工・医学部）

次の問いに答えよ．e は自然対数の底とする．

問 1　自然数 n に対して，$K_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ とおくとき，K_1，K_2，K_3 を求めよ．

問 2　関数 $f(x) = xe^x$ と 2 次関数 $g(x) = ax^2 + bx + c$（a，b，c は定数）に対して，定積分

$$I = \int_0^1 \{f(x) - g(x)\}^2 dx$$

を考える．$f(x)$，$g(x)$ が $f(0) = g(0)$，$f(1) = g(1)$ を満たすとき，I は a の 2 次式 $pa^2 + qa + r$（p，q，r はいずれも a，b，c に関係しない定数）で表される．このとき，p，q の値を求め，さらに I を最小にする a の値を求めよ．ただし，r の値および I の最小値は求めなくてよい．

第　4　問　（60点）（理・工・医学部）

xy 平面上で，y 軸と定点 A $(a,\ 0)$（ただし，$a>0$）からの距離の比が $a:1$ となるような点 P の軌跡を考える．

問 1　点 P の軌跡の方程式を求め，a がどのような値のときにその軌跡は双曲線，楕円，放物線になるかを調べよ．

問 2　x 座標が $0 \leqq x \leqq a^2$ の範囲内にある点 P の軌跡と直線 $x=a^2$ で囲まれた部分を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を V とする．このとき，極限値

$$\lim_{a \to 0} \frac{V}{\pi a^6}$$

を求めよ．