$\boxed{1}$ a, b を定数とし，$y = ax + b$ で与えられる直線を ℓ とする。

(1) 直線 ℓ 上に 2 点 A_1, A_2 を取る。$A_1P + A_2P$ が最小になるような平面上の点 P についての条件を求めよ。

(2) 直線 ℓ 上に 3 つの点 A_1, A_2, A_3 を取る。この 3 つの点の x 座標をそれぞれ，a_1, a_2, a_3 とし，$a_1 < a_2 < a_3$ とする。$A_1Q + A_2Q + A_3Q$ を最小にするような直線 ℓ 上の点 Q の x 座標を求めよ。

(3) 直線 ℓ 上に n 個の点 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ を取る。この n 個の点の x 座標をそれぞれ，$a_1, a_2, \cdots, a_n$ とし，$a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ とする。$A_1R + A_2R + \cdots + A_nR$ が最小になるような直線 ℓ 上の点 R についての条件を求めよ。

2 $\alpha, \beta\,(\alpha \neq \beta)$が定数のとき以下の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{1}{\beta-\alpha}\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}\{x^2+(\alpha+\beta)x-\alpha\beta\}\,dx$ を計算せよ。

(2) $\beta=\alpha+1$ のとき，$\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}\{x^2+(\alpha+\beta)x-\alpha\beta\}\,dx=\frac{1}{3}\alpha^3+2\alpha^2+t$ を満たす α の個数は，定数 t の値によってどのように変わるか調べよ。

$\boxed{3}$ 直線 $\ell : x = -2$ と定円 $C : x^2 + y^2 = 1$ の双方に外接する円 S と，直線 ℓ に接し，円 C が内接する円 T を考える。

(1) 円 S の中心の軌跡の方程式を求め，概形を描け。また，円 T の中心の軌跡の方程式を求め，概形を描け。

(2) 円 C 上の点 $z(\theta) = (\cos\theta, \sin\theta)$ を，円 S と円 T が通っているとする。そのときの，円 S の中心 $\mathrm{S}(\theta)$ と円 T の中心 $\mathrm{T}(\theta)$ を求めよ。ただし，θ は $0 < \theta < \pi$ とする。

(3) 上の 2 点 $\mathrm{S}(\theta)$ と $\mathrm{T}(\theta)$ の間の距離が $\theta\,(0 < \theta < \pi)$ によってどのように変わるかを調べよ。

4 行列 $X=\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ に対し $\Delta(X)=xw-yz$, $\widetilde{X}=\begin{pmatrix} w & -y \\ -z & x \end{pmatrix}$ とおく。また A, B は2行2列の行列で $A+B$ は逆行列を持つとする。以下で, E は2次の単位行列を表す。

(1) $\widetilde{X}X=X\widetilde{X}=\Delta(X)E$ を示せ。また, $\widetilde{A+B}=\widetilde{A}+\widetilde{B}$ を示せ。

(2) $\Delta(A+B)A(A+B)^{-1}B=\Delta(B)A+\Delta(A)B$ が成り立つことを示せ。

(3) $A=\begin{pmatrix} -7 & -10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} a & -a-1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ とおく。$A+B$ が逆行列を持つための a の条件を求めよ。さらにこのとき $C=(A(A+B)^{-1}B)^2$ が行列 E の実数倍になるような a の値を定め, また, そのときの行列 C を書け。