1 次の問いに答えよ。

(1) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $a \neq 1$, $c \neq 1$) を証明せよ。

(2) 不等式

$$\log_3(2x^2 - 1) - \log_9(x^4 - x^2 + 2) \leqq \frac{1}{2}$$

を解け。

(3) 上の不等式を満たす x の最小値を α とするとき,

$$\log_3\left\{\frac{4}{5} - \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{1 - \alpha^2}\right)\right\}$$

の値を求めよ。

$\boxed{2}$ 座標平面上を移動する点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の時刻 $t\,(0 \leqq t \leqq 2\pi)$ での座標が $x = \cos t$, $y = \sin 2t$ で与えられるとする。$\mathrm{P}(x,\ y)$ の軌跡をCとするとき，以下の問いに答えよ。

(1) 原点から点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ への距離の最大値を求めよ。

(2) $0 \leqq t \leqq \pi$ のとき $\mathrm{P}(x,\ y)$ の y 座標を x 座標の関数で表し，そのグラフを描け。

(3) Cで囲まれる図形の面積を求めよ。

3 $a_1=1$，$b_1=3$，$a_{n+1}=3a_n+b_n$，$b_{n+1}=2a_n+4b_n$で定められている数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$がある。数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の初項から第n項までの和を，それぞれS_n，T_nとする。

(1) $a_{n+1}+\alpha b_{n+1}=\beta(a_n+\alpha b_n)$ を満たすα，βの組を2組求めよ。

(2) 数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の一般項および，S_n，T_nを求めよ。

(3) T_nがS_nのx倍(xは正の整数)よりも常に大きくなるとき，xの最大値を求めよ。

4 複素数平面上に $\alpha = 1 + \sqrt{3}\,i$ で表される点Aと，β で表される点Bを考える。β の偏角 $\arg(\beta)$ は $-\arg(\alpha)$ であるとする。

(1) β を $|\beta|$ を用いて表せ。

(2) AとBを結ぶ直線が実軸と交わる点Cを表す γ を $|\beta|$ を用いて表せ。

(3) 線分ACの長さ $|\mathrm{AC}|$ と，線分CBの長さ $|\mathrm{CB}|$ を $|\beta|$ を用いて表し，それらの比を $|\beta|$ を用いて表せ。