令和４年度入学者選抜学力検査問題（前期日程）

数　　学

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

（医学部医学科）

（注　意）

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は４ページ，解答用紙は４枚である。
   指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **解答用紙は持ち帰ってはならないが**，問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔 I 〕 i を虚数単位とし，k を実数とする。

$\alpha = -1 + i$ であり，点 z は複素数平面上で原点を中心とする単位円上を動く。以下の問いに答えよ。

(1) $w_1 = \dfrac{\alpha + z}{i}$ とする。w_1 が描く図形を図示せよ。

(2) w_2 は等式 $w_2\overline{\alpha} - \overline{w_2}\alpha + ki = 0$ を満たす。w_2 の軌跡が，(1)で求めた w_1 の軌跡と共有点を持つ場合の k の最大値を求めよ。ただし，$\overline{\alpha}$，$\overline{w_2}$ はそれぞれ α，w_2 の共役複素数である。

〔II〕 曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ $(x>0)$ 上に 2 点 $\mathrm{A}\left(a,\ \dfrac{1}{a}\right)$, $\mathrm{B}\left(b,\ \dfrac{1}{b}\right)$ をとる。ただし，$0<a<b$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $a<t<b$ を満たす実数 t に対して点 $\mathrm{T}\left(t,\ \dfrac{1}{t}\right)$ をとり，三角形 ATB の面積を $f(t)$ で表す。関数 $f(t)$ $(a<t<b)$ の最大値を M とするとき，$f(t)=M$ を満たす t を a, b を用いて表せ。

(2) $a=1$, $b=2$ のとき，(1)で求めた $f(t)$ の最大値 M を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の曲線

$$C : x = f(t),\ y = \mathrm{g}(t)\ \left(0 \leqq t \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

を考える。ただし，$f(t)$，$\mathrm{g}(t)$ は

$$\begin{cases} f(t) = 2\sin t + \cos 2t - 1 \\ \mathrm{g}(t) = 1 - \cos 2t \end{cases}$$

とする。以下の問いに答えよ。

⑴ $f(t)$ の最大値を求めよ。

⑵ 曲線 C 上の点 $(x,\ y)$ において，$y = 1$ のときの接線の方程式を求めよ。

⑶ 曲線 C と y 軸で囲まれる領域の面積 S を求めよ。

〔Ⅳ〕　各項が正の整数である数列 $\{a_n\}$ が，条件

$$a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_n < a_{n+1} < \cdots$$

を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1)　すべての正整数 n に対し，$a_n \geqq n$ が成り立つことを示せ。

(2)　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n}\right)^2 < 2$ であることを示せ。