2021年度　入学試験問題(前期日程)

数　学

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間　120分

理工学部：数学物理学科(数学受験)・情報科学科
医学部：医学科

問題冊子　問題…… $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$　ページ…… 1～2
解答用紙…… 4枚
下書用紙…… 1枚

配　点……理工学部は表示のとおり。医学部は表示の0.75倍とする。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中に，問題冊子・解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び下書用紙の不備等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 各解答用紙に受験番号を記入すること。
   なお，解答用紙には，必要事項以外は記入しないこと。
4. 解答は，必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
5. 解答用紙の各ページは，切り離さないこと。
6. 配付された解答用紙は，持ち帰らないこと。
7. 試験終了後，問題冊子，下書用紙は持ち帰ること。
8. 試験終了後，指示があるまでは退室しないこと。

1 実数 x に対して，$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 3x$ とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(100 点)

(1) $y = f(x)$のグラフをかけ。

(2) $f(x-2) = f(x)$をみたす実数 x をすべて求めよ。

(3) 実数 s に対して，$f(x)$の $x \leqq s$ の範囲における最小値を $g(s)$とおく。このとき，$t = g(s)$のグラフをかけ。

(4) 実数 s に対して，$f(x)$の $s-2 \leqq x \leqq s$ の範囲における最小値を $h(s)$とおく。このとき，$t = h(s)$のグラフをかけ。

2 数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = 1$，および，すべての自然数 m に対して，

$$a_{2m} = a_{2m-1} + 1, \quad a_{2m+1} = 2a_{2m}$$

をみたすとする。このとき，次の問いに答えよ。

(100 点)

(1) a_2，a_3，a_4，a_5 を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ を求めよ。

3 3辺AB，AC，BCの長さがそれぞれ2，3，4であるような三角形ABCを考える。P，Qを，線分PQがABCの面積を2等分するように，それぞれ辺AB上，辺AC上を動く点とする。このとき，次の問いに答えよ。

（100点）

(1) $\cos\angle\mathrm{BAC}$ の値を求めよ。

(2) 線分AP，線分AQの長さを，それぞれ x，y とおく。さらに，$k = x - y$ とおく。このとき，PQの長さを，k を用いて表せ。

(3) PQの長さの最大値と最小値を求めよ。

4 α と β は異なる複素数とし，i は虚数単位とする。このとき，次の問いに答えよ。

（100点）

(1) 複素数平面上の点 γ は点 α と点 β を結ぶ直線上にないとする。このとき，4点 α，β，γ，δ が平行四辺形の頂点となるような δ を，α，β，γ を用いて表せ。

(2) $\dfrac{z-\alpha}{z-\beta}$ が実数となるような点 z の集合は複素数平面上のどのような図形となるかを述べよ。

(3) 複素数 z には $t(z-\alpha) = i(z-\beta)$ をみたすような実数 t があるとする。このような点 z の集合は複素数平面上のどのような図形となるかを述べよ。