

香川大学

2023 年 度

(医学部医学科)

問題冊子

教 科	科 目	ページ数
数 学	数 学	2

試験開始の合図があるまで、問題冊子を開かないこと。

解答の書き方

1. 解答は、すべて別紙解答用紙の所定欄に、はっきりと記入すること。
2. 答案には、解答の過程を書き、結論を明示すること。
3. 解答を訂正する場合には、きれいに消してから記入すること。
4. 解答用紙には、解答と志望学部及び受験番号のほかは、いっさい記入しないこと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図の後、すべて(2枚)の解答用紙に志望学部及び受験番号を必ず記入すること。
2. 下書き用紙は、片面だけ使用すること。
3. 試験終了時には、解答用紙を必ずページ順に重ね、机の上に置くこと。解答用紙は、解答していないものも含め、すべて(2枚)を回収する。
4. 試験終了後、問題冊子及び下書き用紙は持ち帰ること。

[1] 各項が正の実数である数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 3, \quad a_{n+1}^2 - a_n a_{n+2} = 2^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) すべての自然数 n に対して $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n = 0$ が成り立つことを示せ。
- (2) $a_{n+2} + \beta a_{n+1} = a_{n+1} + \beta a_n$ がすべての自然数 n に対して成り立つような実数 β の値を求めよ。
- (3) a_n を n を用いて表せ。

[2] 座標平面において $O(0, 0)$, $A(1, 0)$ とするとき、次の間に答えよ。

- (1) m を 1 より大きい実数とする。 $OP = mAP$ を満たす点 P の軌跡は円となる。その円 C_1 の中心の座標と半径を m を用いて表せ。
- (2) θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲の実数とする。 $\angle OQA = \theta$ を満たす点 Q の軌跡は 2 つの円の一部となる。それらの円のうち、中心の y 座標が正であるものを C_2 とする。 C_2 の中心の座標と半径を θ を用いて表せ。
- (3) C_1 と C_2 の交点のうち、 y 座標が正であるものを R とする。 $\triangle OAR$ の面積を m と θ を用いて表せ。
- (4) R の座標を m と θ を用いて表せ。

[3] x, y は 1 でない正の実数とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $\log_x y > 0$ を満たす点 (x, y) の範囲を座標平面に図示せよ。
- (2) $\log_x y + 3 \log_y x - 4 < 0$ を満たす点 (x, y) の範囲を座標平面に図示せよ。

[4] 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の異なる 2 点

$$P(a \cos \theta, b \sin \theta), Q(a \cos \theta', b \sin \theta') \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}, 0 < \theta' < \frac{\pi}{2} \right)$$

を考える。ただし $a > b > 0$ とする。点 P, Q における楕円の法線をそれぞれ ℓ, ℓ' とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) ℓ の方程式を求めよ。
- (2) ℓ と ℓ' の交点の x 座標を a, b, θ, θ' を用いて表せ。
- (3) $\theta' = \theta + h$ ($h \neq 0$) とする。 $h \rightarrow 0$ のとき、(2) の交点はある点 R に限りなく近づくという。R の座標を a, b, θ を用いて表せ。
- (4) $a = 2, b = 1$ とする。 θ が $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ の範囲を動くときに点 R が描く曲線の長さを求めよ。

