令 和 5 年 度 入 校

試験問題 ― 数 学

受験地本名	番 号

受 験 心 得

1．この試験問題は、指示があるまで開かないこと。

2．試験問題には、受験地本名と番号を試験係官の指示に従って記入すること。

3．試験時間は、１１時００分から１２時３０分までの９０分間である。

4．携帯電話等は、電源を切り、使用できない状態にすること。

5．受験番号や解答が正しくマークされていない場合や、解答を訂正するときの消しゴムのカスなどで、採点されない場合があるので、注意すること。

6．解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。

7．問題 Ⅰ ～ Ⅵ の解答はマークシートにマークし、Ⅶ の解答は記述式用の解答用紙に記入すること。

8．マークシートには、解答欄以外に次の記入欄があるので、試験係官の指示に従って、それぞれ正確に記入しマークすること。

① 氏名欄、受験番号欄

氏名、受験番号をマークシートの氏名欄、受験番号欄に記入すること。

② 受験地本名欄

受験票の受験番号欄に記載されている受験地本名を、受験地本名欄から選び、正確にマークすること。

(例) 受験地本名が札幌の場合

受 験 地 本 名				
札 幌 ●	茨 城 ⑪	静 岡 ㉑	兵 庫 ㉛	愛 媛 ㊶
函 館 (02)	栃 木 ⑫	富 山 ㉒	奈 良 ㉜	高 知 ㊷

③ 番号欄

受験票の受験番号欄に記載されている４桁の数字を記入し、正確にマークすること。

(例) ４桁の数字が１０１２の場合

番 号			
1	0	1	2
⓪	●	⓪	⓪
●	①	●	①
②	②	②	●

←記入

④ 科目欄

数学を選び、正確にマークすること。

⑤ 性別欄

性別をマークシートの性別欄に正確にマークすること。

9．マークシートの解答欄について次の注意事項に従い、マークすること。

① 解答は、マークシートの解答番号に対応した解答欄にマークすること。

② 問題の文中の 1 、 2 3 などには、数字（０ ～ ９）がそれぞれ１つ入る。それらを解答用紙の１，２，３,…で示された解答欄にマークすること。

(例) 1 2 に 83 と解答する。

解答番号	解 答 欄											
	−	+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	⊖	⊕	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨
2	⊖	⊕	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

受験心得は、問題冊子の裏表紙にも続きます。必ず、問題冊子を裏返して読むこと。

$\boxed{\text{I}}$ から $\boxed{\text{IV}}$ にある $\boxed{\quad 1 \quad}$ から $\boxed{\quad 8 \quad}$ については，与えられた選択肢の中から正しい選択肢を選び，その番号をマークシートにマークせよ。$\boxed{\text{V}}$ および $\boxed{\text{VI}}$ にある $\boxed{\quad 9 \quad}$ から $\boxed{\quad 20 \quad}$ については，当てはまる数字の０～９を求めてマークシートにマークせよ。$\boxed{\text{VII}}$ の解答は記述式の解答用紙に記載せよ。

Ⅰ

xy 平面上に２つの放物線 $C_1 : y = x^2$，$C_2 : y = x^2 - k^2$（k は正の実数）がある。C_2 上の点 T から C_1 に２本の接線を引き，その接点を A，B とする（A の x 座標は B の x 座標より小さいものとする）。線分 AB の中点を M とし，T を C_2 上で動かしたときの M の軌跡の方程式は $\boxed{\quad 1 \quad}$ である。M の軌跡を C_3 としたとき，C_3 が $3x^2 + 2xy - y^2 + 2x + 2y \leqq 0$ を満たす領域に含まれるような k の値の範囲は $k \geqq \boxed{\quad 2 \quad}$ である。

$\boxed{\quad 1 \quad}$ の選択肢

(1) $y = x^2 + k^2$　(2) $y = \dfrac{x^2}{2} + k^2$　(3) $y = x^2 + \dfrac{k^2}{2}$　(4) $y = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{k^2}{2}$　(5) $y = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{k^2}{4}$

$\boxed{\quad 2 \quad}$ の選択肢

(1) $\dfrac{3}{2}$　(2) $\dfrac{\sqrt{11}}{2}$　(3) $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$　(4) $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$　(5) $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$

Ⅱ

下の２式

$$\log_a x(x-8) = 2$$
$$\log_a (5x-42) = 1$$

を同時に満たす実数 x が存在するような a を a_0 とする。$a = a_0$ のとき，上の２式を同時に満たす x を x_0 とすると，a_0 と x_0 の積は $\boxed{\quad 3 \quad}$ である。また，

$$\log_a x(x-8) = 2\log_a(5x-42)$$

を満たす x をすべて足し合わせると $\boxed{\quad 4 \quad}$ になる。

$\boxed{\quad 3 \quad}$ の選択肢

(1) 24　(2) 25　(3) 26　(4) 27　(5) 28

$\boxed{\quad 4 \quad}$ の選択肢

(1) $\dfrac{49}{6}$　(2) 9　(3) $\dfrac{103}{6}$　(4) $\dfrac{76}{3}$　(5) $\dfrac{103}{3}$

Ⅲ

すべての項が有理数である数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は以下のように定義されるものとする。

$$\left(\frac{1+5\sqrt{3}}{10}\right)^n = a_n+\sqrt{3}b_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\cdots)$$

ここで，a_{n+1}, b_{n+1} はそれぞれ a_n, b_n と有理数 A, B, C, D を用いて，$a_{n+1}=Aa_n+Bb_n$, $b_{n+1}=Ca_n+Db_n$ と表すことができ，このとき $A+B+C+D$ は $\boxed{\ 5\ }$ である $(n\geqq 1)$。また，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}a_i$ は $\boxed{\ 6\ }$ となる。

$\boxed{\ 5\ }$ の選択肢

(1) $\frac{7}{5}$　(2) $\frac{9}{5}$　(3) $\frac{11}{5}$　(4) $\frac{13}{5}$　(5) 3

$\boxed{\ 6\ }$ の選択肢

(1) 6　(2) 8　(3) 10　(4) 12　(5) 14

Ⅳ

複素数平面上に異なる3点 $\mathrm{P_1}(z_1)$, $\mathrm{P_2}(z_2)$, $\mathrm{P_3}(z_3)$ がある。複素数 z_1, z_2, z_3 が次の3つの条件を満たすとする。

条件1：　$z_1^2+z_2^2-z_1z_2=0$

条件2：　$|z_1|=\sqrt{2}$

条件3：　$z_3=z_1+z_2$

このとき，$|z_2|$ は $\boxed{\ 7\ }$ である。また，この3つの条件を満たす $\mathrm{P_1}(z_1)$, $\mathrm{P_2}(z_2)$, $\mathrm{P_3}(z_3)$ を頂点とする三角形の面積は $\boxed{\ 8\ }$ になる。

$\boxed{\ 7\ }$ の選択肢

(1) $\sqrt{2}$　(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $\frac{\sqrt{2}}{3}$　(4) $\frac{\sqrt{2}}{4}$　(5) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

$\boxed{\ 8\ }$ の選択肢

(1) $\frac{1}{2}$　(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　(4) 1　(5) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Ⅴ

白玉3個，黒玉6個の計9個の玉全てを3つの箱A，B，Cに分けることを考える。分け方の数え方については同じ色の玉は区別せず，箱は区別するものとする。また，玉が入らない箱がある場合も分け方として数えるものとする。このとき，分け方の総数は $\boxed{\ 9\ }\boxed{\ 10\ }\boxed{\ 11\ }$ 通りである。どの箱にも少なくとも1個以上玉が入る分け方は $\boxed{\ 12\ }\boxed{\ 13\ }\boxed{\ 14\ }$ 通りある。また，どの箱にも白玉が2個以上または黒玉が2個以上入る分け方は $\boxed{\ 15\ }\boxed{\ 16\ }$ 通りである。

Ⅵ xy 平面において，曲線 $y=\sin x$ と $y=a\sin\frac{x}{2}$ がある。ただし，a は実数の定数であり，x の取りうる範囲は $0\leqq x\leqq 2\pi$ である。この2曲線は $0<x<2\pi$ の範囲においてただ1つ交点をもつものとし，その交点の x 座標を x_0 とする。このとき，この2曲線で囲まれる図形は2つあり，y 軸と直線 $x=x_0$ で挟まれる方の面積を S_1，もう一方の面積を S_2 とする。$S_1=4S_2$ であるとき，a を x_0 で表すと

$$a=\boxed{17}\cos\frac{x_0}{\boxed{18}}$$

となり，a の値は

$$a=-\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}$$

である。

Ⅶ xyz 空間に点Oを中心とする半径2の球面 S があり，S 上に異なる3点A，B，Cをとる。ここで，△ABCは xy 平面上にある正三角形で点Aの座標は（2，0，0）であり，点Bの y 座標の値が正であるとする。S 上にある点Pが，$\angle\mathrm{BOP}=\frac{\pi}{6}$ という条件を満たして動くとき，z 座標の値が最小であるような点Pを $\mathrm{P_1}$ とする。このとき，以下の問に答えよ。

(1) $\mathrm{P_1}$ の座標を求めよ。

(2) S 上にある点Qが $\angle\mathrm{QOP_1}=\frac{\pi}{6}$ という条件を満たして動くとき，線分AQの長さが最小となる点Qを $\mathrm{Q_1}$ とする。このとき，三角錐 $\mathrm{ABCQ_1}$ の体積はいくらか。

③ 分数の形で解答する場合、それ以上約分できない形で解答すること。

例えば、$\frac{3}{4}$ と解答するところを、$\frac{6}{8}$ のように解答しないこと。

④ 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。

⑤ 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。

例えば、$\boxed{\ 4\ }\sqrt{\boxed{\ 5\ }}$ に $4\sqrt{2}$ と解答するところを、$2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。

⑥ 根号を含む分数の形で解答する場合、例えば、$\dfrac{\boxed{\ 6\ }+\boxed{\ 7\ }\sqrt{\boxed{\ 8\ }}}{\boxed{\ 9\ }}$ に $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と解答するところを、$\dfrac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\dfrac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答しないこと。

⑦ 例えば、$\boxed{\ 10\ }x^2+\boxed{\ 11\ }$ に x^2+3 と解答したいときは、$\boxed{\ 10\ }$ に1を、$\boxed{\ 11\ }$ に3をマークすること。また、$x^{\boxed{12}}-\boxed{\ 13\ }$ に $x-3$ と解答したいときは、$\boxed{\ 12\ }$ に1を $\boxed{\ 13\ }$ に3をマークすること。

⑧ 選択肢から選ぶ問題については、適切な解答を1つ選択し、マークすること。

（例） $\boxed{\ 14\ }$ と表示のある問いに対して(3)と解答する。

解答番号	解答欄											
	−	＋	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	⊖	⊕	⓪	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨

10. 記述式の解答用紙には、解答欄以外に受験地本名欄、番号欄、氏名欄があるので、試験係官の指示に従って記入すること。
11. 試験問題、解答用紙は全て回収するので、絶対に持ち帰らないこと。