令　和　4　年　度

（ページ数）
3ページ

# 試験問題 ― 数　学

| 受験地本名 | 番　　号 |
|---|---|
| | |

**受 験 心 得**

1．この試験問題は、指示があるまで開かないこと。

2．試験問題には、受験地本名と番号を試験係官の指示に従って記入すること。

3．試験時間は、１１時００分から１２時３０分までの９０分間である。

4．携帯電話等は、電源を切り、使用できない状態にすること。

5．受験番号や解答が正しくマークされていない場合や、解答を訂正するときの消しゴムのカスなどで、採点されない場合があるので、注意すること。

6．解答用紙を折り曲げたり、破ったり、汚したりしないこと。

7．問題 $\boxed{\mathrm{I}}$ ～ $\boxed{\mathrm{VI}}$ の解答はマークシートにマークし、$\boxed{\mathrm{VII}}$ の解答は記述式用の解答用紙に記入すること。

8．マークシートには、解答欄以外に次の記入欄があるので、試験係官の指示に従って、それぞれ正確に記入しマークすること。

① 氏名記入欄、受験番号欄

姓・名、受験番号をマークシートの氏名欄、受験番号欄に記入すること。

② 受験地本名欄

受験票の受験番号欄に記載されている受験地本名を、受験地本欄から選び、正確にマークすること。

（例）受験地本名が札幌の場合

| 受験地本名 | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 札幌 | ● | 茨城 | 11 | 静岡 | 21 | 兵庫 | 31 | 愛媛 | 41 |
| 函館 | 02 | 栃木 | 12 | 富山 | 22 | 奈良 | 32 | 高知 | 42 |

③ 番号欄

受験票の受験番号欄に記載されている４桁の数字を記入し、正確にマークすること。

（例）４桁の数字が１０１２の場合

| 番号 | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 2 |
| 0 | ● | 0 | 0 |
| ● | 1 | ● | 1 |
| 2 | 2 | 2 | ● |

←記入

④ 科目欄

数学を選び、正確にマークすること。

⑤ 性別欄

性別をマークシートの性別欄に正確にマークすること。

9．マークシートの解答欄について次の注意事項に従い、マークすること。

① 解答は、マークシートの解答番号に対応した解答欄にマークすること。

② 問題の文中の $\boxed{\ 1\ }$ 、$\boxed{\ 2\ \big|\ 3\ }$ などには、数字（０ ～ ９）がそれぞれ１つ入る。それらを解答用紙の１，２，３，…で示された解答欄にマークすること。

（例）$\boxed{\ 1\ \big|\ 2\ }$ に83と解答する。

| 解答番号 | 解答欄 | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | − | ＋ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | − | ＋ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | ● | 9 |
| 2 | − | ＋ | 0 | 1 | 2 | ● | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

受験心得は、問題冊子の裏表紙にも続きます。必ず、問題冊子を裏返して読むこと。

$\boxed{\text{I}}$ から $\boxed{\text{IV}}$ にある $\boxed{\ 1\ }$ から $\boxed{\ 8\ }$ については，与えられた選択肢の中から正しい選択肢を選び，その番号をマークシートにマークせよ。$\boxed{\text{V}}$ および $\boxed{\text{VI}}$ にある $\boxed{\ 9\ }$ から $\boxed{\ 25\ }$ については，当てはまる数字の0～9を求めてマークシートにマークせよ。$\boxed{\text{VII}}$ の解答は記述式の解答用紙に記入せよ。

## I

$\angle \mathrm{CAB} = \dfrac{\pi}{10}$，$\angle \mathrm{ABC} = \dfrac{\pi}{2}$ の直角三角形 ABC において，辺 AB 上に AD = CD = 4 となる点 D があるとする。このとき，BD の長さは $\boxed{\ 1\ }$ である。また，△ABC の外接円の半径を $r$，BC の長さを $a$ とするとき，$a$ と $r$ の値の積は $\boxed{\ 2\ }$ となる。

$\boxed{\ 1\ }$ の選択肢

(1) 2　(2) $1+\sqrt{2}$　(3) $1+\sqrt{3}$　(4) 3　(5) $1+\sqrt{5}$

$\boxed{\ 2\ }$ の選択肢

(1) 4　(2) $4\sqrt{2}$　(3) $4\sqrt{3}$　(4) 8　(5) $4\sqrt{5}$

## II

2次方程式 $x^2+ax+b=0$（$a$，$b$ は実数の定数）の異なる2解 $\alpha$，$\beta$ が，ある実数の定数 $c$ を用いて

$$\alpha=\frac{\sqrt{c-1}+\sqrt{c+8}}{\sqrt{c-1}-\sqrt{c+2}},\quad \beta=\frac{\sqrt{c-1}-\sqrt{c+8}}{\sqrt{c-1}+\sqrt{c+2}}$$

と表されるとする。$\alpha=-3$ のとき，$a$ の値は $\boxed{\ 3\ }$ であり，$c$ の値は互いに素である自然数 $m$ と $n$ を用いて $\dfrac{n}{m}$ と表すことができる。このとき，$m$ と $n$ の和は $\boxed{\ 4\ }$ となる。

$\boxed{\ 3\ }$ の選択肢

(1) 4　(2) 5　(3) 6　(4) 7　(5) 8

$\boxed{\ 4\ }$ の選択肢

(1) 17　(2) 19　(3) 21　(4) 23　(5) 25

## III

実数 $x$ の関数 $f_n(x)=\sum_{k=1}^{n}|x-k|$（$n=1, 2, 3, \cdots$）がある。関数 $f_3(x)$ の最小値は $\boxed{\ 5\ }$ である。また，ある奇数 $m$ に対し，$f_m(x)$ の最小値が 30 であるとすると，このような $m$ は $\boxed{\ 6\ }$ である。

$\boxed{\ 5\ }$ の選択肢

(1) 1　(2) 2　(3) 3　(4) 4　(5) 5

$\boxed{\ 6\ }$ の選択肢

(1) 7　(2) 9　(3) 11　(4) 13　(5) 15

**Ⅳ** 複素数平面上で複素数 $z$ が方程式 $|z|=1$ を満たして動くとき，複素数 $w=\dfrac{\sqrt{2}-i}{z}$ が描く図形は $\boxed{\ 7\ }$ である。また，複素数 $\alpha\,(\alpha\neq 0)$，$\beta=\dfrac{1}{\alpha}$ について，$\alpha$ が $|\alpha-(2+i)|=2$ を満たして動くとき，点 $\alpha$ が描く図形を $C_1$，点 $\beta$ が描く図形を $C_2$ とする。$C_1$，$C_2$ の図形の内部の共通部分の面積は $\boxed{\ 8\ }$ である。ただし，$i$ は虚数単位である。

$\boxed{\ 7\ }$ の選択肢

(1) 原点を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円

(2) 原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円

(3) 点 $\sqrt{2}-i$ を中心とする半径 1 の円

(4) 点 $\sqrt{2}-i$ を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円

(5) 点 $\sqrt{2}-i$ を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の円

$\boxed{\ 8\ }$ の選択肢

(1) $\dfrac{5}{3}\pi-\sqrt{3}$　(2) $\dfrac{5}{3}\pi-2\sqrt{3}$　(3) $\dfrac{8}{3}\pi-\sqrt{3}$　(4) $\dfrac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}$　(5) $\dfrac{8}{3}\pi-3\sqrt{3}$

**Ⅴ** 四角形 ABCD は点 O を中心とする半径 1 の円に内接し，∠A と∠C，∠B と∠D はそれぞれ対角であり，$\mathrm{BC}=\mathrm{CD}$，$24\overrightarrow{\mathrm{OA}}+7\overrightarrow{\mathrm{OB}}+25\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\vec{0}$ を満たしている。

$\angle\mathrm{BAD}=\alpha$，$\angle\mathrm{ABD}=\beta$ とすると，$\cos\alpha=\dfrac{\boxed{\ 9\ }}{\boxed{\ 10\ }}$，$\cos\beta=\dfrac{\sqrt{\boxed{\ 11\ }}}{\boxed{\ 12\ }\boxed{\ 13\ }}$ である。

また，C から直線 AB に下ろした垂線と AB の交点を H とすると，CH の長さは $\dfrac{\boxed{\ 14\ }\sqrt{\boxed{\ 15\ }}}{\boxed{\ 16\ }}$ である。

**Ⅵ** 関数 $f(x)=\cos\left(\log\dfrac{1}{x^k}\right)$ $(0<x\leqq 1$，$k$ は自然数$)$ について，$f(x)=0$ を満たす $x$ を大きい順に $a_0$，$a_1$，$a_2$，…と表すものとする。$k=2$ のとき，

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}a_i=\frac{e^{-\frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\pi}}{1-e^{-\frac{\boxed{19}}{\boxed{20}}\pi}}$$

である。また，$k=3$ のとき，

$$\int_{a_4}^{a_3}f(x)\,dx=\frac{\boxed{\ 21\ }}{10}e^{-\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}}\pi}\left(1+e^{\frac{\boxed{24}}{\boxed{25}}\pi}\right)$$

である。ただし，$e$ は自然対数の底である。

**Ⅶ**　Ａさんと Ｂさんが１枚ずつコインを持ち，各時刻 $t$ ($t=1, 2, 3, \cdots$) にそれぞれが以下の試行を１回行う。

試行：コインを１枚投げ，表が出たら２点，裏が出たら１点を獲得する。

少なくともどちらかの合計点が８点以上になったらその時刻で試行を終了し，その時刻におけるそれぞれの合計点をそれぞれの最終得点とする。最終得点が高い方を勝者とする。

ただし，ある時刻でどちらかの合計点が初めて４点以上になり，そのときもう一方の合計点が４点未満だった場合，点数が低い方はその時刻で試行を終了し，その時刻までの合計点を最終得点とする。点数が高い方はそのまま試行を継続し，合計点が８点以上になった時刻に試行を終了し，その時刻までの合計点を最終得点とする。

（例１）Ａさんが時刻１で表，時刻２で裏，時刻３で表を出し，Ｂさんが時刻１で表，時刻２で裏，時刻３で裏を出した場合，ＡさんＢさんともに時刻３で初めて４点以上になったので，両者とも試行を継続する。Ａさんが時刻４で表，時刻５で表を出し，Ｂさんが時刻４で裏，時刻５で裏を出した場合，時刻５でＡさんが初めて８点以上になったので両者試行を終了し，Ａさんの最終得点は９点，Ｂさんの最終得点は６点となる。

（例２）Ａさんが時刻１で表，時刻２でも表を出し，Ｂさんが時刻１で表，時刻２で裏を出した場合，Ａさんが初めて４点以上になった時刻２で，Ｂさんは４点未満なので，Ｂさんは試行を終了し，Ｂさんの最終得点は３点となる。Ａさんはその後も試行を継続し，時刻３で表，時刻４で裏，時刻５で表を出した場合，時刻５で初めて８点以上になったので試行を終了し，Ａさんの最終得点は９点となる。

このとき，以下の問に答えよ。ただし，(1)から(4)の答えは分子が奇数，分母が２の累乗のままの分数で表せ。

(1)　ＡさんＢさんそれぞれの合計得点が同時刻に初めて４点以上になる確率はいくらか。

(2)　ＡさんＢさんそれぞれの合計得点が同時刻に初めて４点以上になり，その時刻でＡさんの合計得点が５点，Ｂさんの合計得点が４点である確率はいくらか。

(3)　ＡさんＢさんそれぞれの合計得点が同時刻に両方ちょうど４点になり，Ａさんの合計得点が初めて８点以上になった時刻に，Ｂさんの合計得点が８点未満である確率はいくらか。

(4)　Ａさんの最終得点がＢさんの最終得点よりちょうど２点多くなる確率はいくらか。

③ 分数の形で解答する場合、それ以上約分できない形で解答すること。

例えば、$\frac{3}{4}$ と解答するところを、$\frac{6}{8}$ のように解答しないこと。

④ 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して解答すること。

⑤ 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で解答すること。

例えば、$\boxed{\ 4\ }\sqrt{\boxed{\ 5\ }}$ に $4\sqrt{2}$ と解答するところを、$2\sqrt{8}$ のように解答しないこと。

⑥ 根号を含む分数の形で解答する場合、例えば、$\dfrac{\boxed{\ 6\ }+\boxed{\ 7\ }\sqrt{\boxed{\ 8\ }}}{\boxed{\ 9\ }}$ に $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$ と解答するところを、$\frac{6+4\sqrt{2}}{4}$ や $\frac{6+2\sqrt{8}}{4}$ のように解答しないこと。

⑦ 例えば、$\boxed{\ 10\ }x^2+\boxed{\ 11\ }$ に $x^2+3$ と解答したいときは、$\boxed{\ 10\ }$ に1を、$\boxed{\ 11\ }$ に3をマークすること。また、$x^{\boxed{12}}-\boxed{\ 13\ }$ に $x-3$ と解答したいときは、$\boxed{\ 12\ }$ に1を $\boxed{\ 13\ }$ に3をマークすること。

⑧ 選択肢から選ぶ問題については、適切な解答を1つ選択し、マークすること。

（例） $\boxed{\ 14\ }$ と表示のある問いに対して(3)と解答する。

| 解答番号 | 解答欄 | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | − | + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 14 | ⊖ | ⊕ | ⓪ | ① | ② | ● | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ |

10. 記述式の解答用紙には、解答欄以外に受験地本名欄、番号欄、氏名欄があるので、試験係官の指示に従って記入すること。

11. 試験問題、解答用紙は全て回収するので、絶対に持ち帰らないこと。