

令和5年度入学者選抜学力検査問題

(前期日程)

数 学

融 合 学 域
先 導 学 類(理系傾斜)
観光デザイン学類(理系傾斜)
スマート創成科学類(理系傾斜)
理 工 学 域
数 物 科 学 類
物 質 化 学 類
地 球 社 会 基 盤 学 類
生 命 理 工 学 類
理 工 3 学 類
医 薬 保 健 学 域
医 学 類
薬 学 類
医 薬 科 学 類
保健学類(放射・検査)

(注 意)

- 1 問題紙は指示があるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文2ページであり、答案用紙は4枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定欄に記入し、網かけの部分や裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

1 関数 $F(x) = \sin x - \log(1+x)$ と $f(x) = F'(x)$ を考える。次の問いに答えよ。

- (1) $f'(\alpha) = 0$ となる α が開区間 $(0, \frac{\pi}{2})$ に 1 つだけあることを示せ。
- (2) $f(\beta) = 0$ となる β が開区間 $(0, \frac{\pi}{2})$ に 1 つだけあることを示せ。
- (3) 開区間 $(0, \frac{\pi}{2})$ において、 $F(x) > 0$ であることを示せ。ただし、自然対数の底 e が $e > 2.7$ を満たすことを用いてもよい。
- (4) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲において、曲線 $y = \sin x$ 、曲線 $y = \log(1+x)$ 、および直線 $x = \frac{\pi}{2}$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

2 座標空間において、平面 $z = 2$ 上の点 P と、平面 $z = 1$ 上の円板

$$B : x^2 + y^2 \leq 1, \quad z = 1$$

を考える。点 Q は平面 $z = 0$ (xy 平面) 上にあるとし、与えられた P に対して、線分 PQ と B が共有点をもつような Q 全体からなる図形を D とする。次の問いに答えよ。

- (1) P の座標が $(0, 0, 2)$ であるとき、 D を xy 平面上に図示せよ。
- (2) r を正の定数とする。 P の座標が $(r, 0, 2)$ であるとき、 D を xy 平面上に図示せよ。
- (3) $r > 2$ を満たす定数 r に対して、平面 $z = 2$ 上の円

$$C : x^2 + y^2 = r^2, \quad z = 2$$

を考える。 P が C 上を動くとき、 D が通過する部分の面積を求めよ。

- 3 K を自然数とする。2つの箱 A と B があり、A に赤玉 1 個、B に白玉 K 個が入っている。A の中の 1 個の玉と B の中の 1 個の玉の交換を繰り返し行う。 n 回目の交換が終わったときに A の中の玉が赤玉である確率を求めよ。

- 4 複素数 $\omega = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ と自然数 L をとる。次の問いに答えよ。

- (1) k, m が整数ならば、 $|k + m\omega|^2$ も整数であることを示せ。
- (2) $|k| \leq L$ を満たす整数 k に対して、 $|k + \omega|$ の最大値を求めよ。
- (3) 整数 k, m が $|k| \leq L, |m| \leq L, |k - m| \leq L$ を満たすとき、 $|k + m\omega| \leq L$ を示せ。
- (4) $|k + m\omega| \leq L$ を満たす整数の組 (k, m) の個数を N とする。不等式 $N \geq 3L^2 + 3L + 1$ を示せ。