2023年度

一般前期入学試験

数　学

注意事項

1．問題１はマークシートに解答しなさい。

2．問題２，問題３は記述用解答用紙に記載されている指示に従って解答しなさい。得点欄，および裏面には何も書いてはいけません。

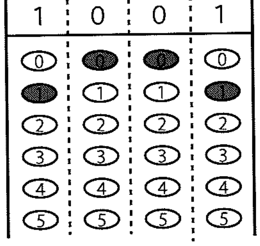
3．解答上の注意は裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，試験開始まで問題冊子を開いてはいけません。

マークシートの記入について(注意事項)

1. 解答の作成には，H, F, HBの鉛筆を使用して正しくマークすること。
   よい解答例 （正しくマークされている）
   悪い解答例 （マークが部分的で解答とみなされない）
2. 解答を修正する場合は，必ず「プラスチック製消しゴム」であとが残らないように完全に消すこと。
   鉛筆の色が残っていたり，「 」のような消し方などをした場合は，修正したことにならないので注意すること。
3. 解答用紙は，折り曲げたりメモやチェック等で汚したりしないよう特に注意すること。
4. 受験番号欄の記入方法《 受験番号記入例(右図)参照 》
   ① 受験番号を数字で記入する
   ② 受験番号の数字を正しくマークする
   正しくマークされていない場合，採点できないことがあります。

― 受験番号記入例 ―

受験番号1001の場合



注：選択する数字は『0』から順番に並んでいます。

藤田医科大学医学部

マークシート解答上の注意

1．問題１の解答は，マークシートのカタカナに対応した解答欄にマークしなさい。

2．問題文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号（−，±）または数字(0〜9)が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

3．解答欄の桁数が解答したい桁数よりも大きいときは，解答を右詰めで記載し，上位の桁は０をマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{アイウ}}$ に 25 と答えたいときは，025 として答えなさい。

4．分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a-1}{3}$ と答えるところを $\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a-2}{6}$ のように答えてはいけません。

5．根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

6．上記以外で解答不可能なときは，その解答欄すべてに±をマークしなさい。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $\dfrac{100}{3}$ と答えたいときは，キ，ク，ケすべてに±を答えなさい。

記述式問題解答上の注意

問題２，問題３の解答において，答えが分数となるときには既約分数とし，分母に根号を含むときには分母を有理化しなさい。また，根号の中に現れる自然数が最小となる形とし，根号をはずせる場合にははずしなさい。

空白ページ

問題 1

次の問いに答えよ。

(1) $U = \{x \mid x$ は 2 以上 28 以下の自然数$\}$ を全体集合とする。U の部分集合

$A = \{x \mid x$ は偶数$\}$，$B = \{x \mid x$ は 3 で割ると 1 余る$\}$，

$C = \{x \mid x$ と 2023 は 1 以外に正の公約数を持たない$\}$ について，次の集合の要素の個数を求めよ。ただし，$n(X)$ は集合 X の要素の個数を表す。

$n(A \cap B) = \boxed{\text{ア}}$，　$n(\overline{A} \cap B) = \boxed{\text{イ}}$，　$n(\overline{A} \cap \overline{B}) = \boxed{\text{ウ}}$，　$n(\overline{A \cup B}) = \boxed{\text{エ}}$，

$n(A \cap B \cap C) = \boxed{\text{オ}}$，　$n(A \cap B \cap \overline{C}) = \boxed{\text{カ}}$，　$n(\overline{A \cup B \cup C}) = \boxed{\text{キ}}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(x^2 - x\sqrt{x^2-5}\right) = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(3) 曲線 $y = 2x\sqrt{x}$ $\left(0 \leqq x \leqq \dfrac{5}{3}\right)$ の長さは $\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) $(1+i)^n = (1-i)^n$ をみたす 2023 以下の正の整数 n は $\boxed{\text{スセソ}}$ 個ある。ただし，i は虚数単位である。

(5) 関数 $f(x) = \log|\tan 4x|$ の $x = \dfrac{\pi}{48}$ における微分係数は $\boxed{\text{タチ}}$ である。

(6) $\alpha = \sqrt{6+2\sqrt{5}}$ のとき，$\alpha^5 - \alpha^4 - 12\alpha^3 + 12\alpha^2 + 16\alpha = \boxed{\text{ツテ}}$ である。

(7) $f(x) = \dfrac{\sin^3 3x}{\sin^3 3x + \cos^3 3x}$ について，$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\left\{f(x) - f\left(\frac{\pi}{6} - x\right)\right\}dx = \boxed{\text{ト}}$ であるから，

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\,dx = \frac{\pi}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(8) 3 個のサイコロを同時に振るとき，出た目の和が 8 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}}$，出た目の積が 12 以下になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒフ}}}$ である。

(9) x を実数とする。命題「$x^2 - 9x + 20 < 0 \implies x^2 - 2(k-1)x + k^2 - 2k - 8 \leqq 0$」が真となる k の範囲は $\boxed{\text{ヘ}} \leqq k \leqq \boxed{\text{ホ}}$ である。

(10) 数列 $\{a_k\}$ が $k \geqq 1$ で $a_k > 0$，a_k の第 1 項から第 n 項までの和 S_n が

$S_n = \dfrac{1}{2}\left(a_n + \dfrac{n^3}{a_n}\right)$ であるとき，$S_5 = \boxed{\text{マミ}}$，$S_{20} = \boxed{\text{ムメモ}}$ である。

問題２

実数 x の区間 $a \leqq x \leqq b$（ただし $0 < a < b$）で正の値をとる微分可能な関数 $f(x)$ に対して，微分可能な逆関数 $g(x)$ が存在するとき，定積分 S_1, S_2 を次式で定義する。

$$S_1 = \int_a^b f(x)dx$$
$$S_2 = \int_{f(a)}^{f(b)} g(x)dx$$

次の問いに答えよ。

(1) $S_1 + S_2$ を $a, b, f(a), f(b)$ で表せ。

(2) 定積分 $\displaystyle\int_3^{99} \sqrt{\sqrt{1+x}-1}\,dx$ を求めよ。

(3) 定積分 $\displaystyle\int_1^{3} \sqrt{\frac{4}{x}-1}\,dx$ を求めよ。

余白ページ

問題3

xy 平面上の点 (p, q) について，p, q がともに整数のときこの点を格子点と呼ぶ。また e を自然対数の底とするとき，$p-e$ または $p+e$ のどちらかと，$q+\dfrac{1}{2}$ がともに整数のとき，この点を e 点と呼ぶことにする。例えば，$(p, q)=\left(1-e, \dfrac{3}{2}\right)$ は e 点である。

次の問いに答えよ。ただし，素数の平方根と e が無理数であり，$2.7<e<2.8$ であることは証明なしに用いてよい。

(1) 2 つの格子点を結ぶ任意の線分は e 点を通らないことを示せ。

(2) 4 つの格子点を頂点とし，1 辺の長さが 1 の任意の正方形の内部にある e 点の個数を求めよ。

(3) 3 つの格子点を頂点とし，1 辺が x 軸に平行，1 辺が y 軸に平行な任意の直角三角形の面積は，この三角形の内部にある e 点の個数の $\dfrac{1}{2}$ に等しいことを示せ。

(4) 3 つの格子点を頂点とする任意の三角形の面積は，この三角形の内部にある e 点の個数の $\dfrac{1}{2}$ に等しいことを示せ。

(5) 3 つの格子点を頂点とする正三角形は存在しないことを示せ。

空白ページ