

2022年度


一般前期入学試験

数 学

注意事項

1. 問題1はマークシートに解答しなさい。
2. 問題2, 問題3は記述用解答用紙に記載されている指示に従って解答しなさい。
得点欄, および裏面には何も書いてはいけません。
3. 解答上の注意は裏表紙に記載してあるので, この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし, 試験開始まで問題冊子を開いてはいけません。

マークシートの記入について(注意事項)

1. 解答の作成には, H, F, HBの鉛筆を使用して正しくマークすること。
よい解答例 ● (正しくマークされている)
悪い解答例 ⊙ ⊖ (マークが部分的で解答とみなされない)
2. 解答を修正する場合は, 必ず「プラスチック製消しゴム」であとが残らないように完全に消すこと。
鉛筆の色が残っていたり, 「」のような消し方などをした場合は, 修正したことにならないので注意すること。
3. 解答用紙は, 折り曲げたりメモやチェック等で汚したりしないよう特に注意すること。
4. 受験番号欄の記入方法《 受験番号記入例(右図)参照 》
 - ① 受験番号を数字で記入する
 - ② 受験番号の数字を正しくマークする
 正しくマークされていない場合, 採点できないことがあります。

— 受験番号記入例 — 受験番号1001の場合

受 験 番 号 欄			
千位	百位	十位	一位
1	0	0	1
○	●	●	○
●	①	①	●
②	②	②	②
③	③	③	③
④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤

注: 選択する数字は『0』から順番に並んでいます。

1. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f'(0) = 0$.

問題 1

次の問いに答えよ。

(1) ある試験を行ったところ、1年生40名の平均得点は10点、分散は20、2年生60名の平均得点は25点、分散は20であった。2学年100名のデータを合わせた平均得点は 点、分散は である。

(2) $(x-7)(x-5)(x+1)(x+7) = 405$ の解のうち、整数解は と である。
ただし < とする。

(3) 3個のサイコロを同時に投げるとき、出た目の積が8で割り切れる確率は $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である。

(4) $\log_9 x + 4\log_x 3 = 3$ を満たす2桁の整数 x は である。

(5) 実数 x に対し $4\sin 2x - 5\sin x - 5\cos x + 6$ は $\sin x + \cos x = \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ のとき最小となり、
最小値は $\frac{\text{ス}}{\text{セソ}}$ である。

(6) $a_1 = 5, a_{n+1} = 3a_n + 2$ で定義される数列を $\{a_n\}$ とすると、 $\frac{a_{16} - a_{13}}{a_{12} - a_9} = \text{タチ}$ である。

(7) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 9x + 8}{\sqrt[3]{x} - 2} = \text{ツテ}$ である。

(8) 平面に互いに平行でないベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ があり、 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1, 3\vec{a} + 5\vec{b} + 6\vec{c} = \vec{0}$ を満たすとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\text{ト}}{\text{ナニ}}$ である。

(9) a, b を実数の定数とする。4次方程式 $x^4 + ax^3 + 2x^2 + 2x + b = 0$ の解の1つが $1+i$ であるとき、実数解は と である。ただし i は虚数単位である。

(10) 関数 $f(x) = \sqrt[4]{\frac{(x-6)^3}{(x-4)^2(x+2)}}$ の $x=7$ における微分係数は $\frac{\text{ハ}}{\text{ヒフ}}$ である。

(11) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx = \frac{\text{ヘ}}{\text{ホマ}}$ である。

.....
.....
.....

問題 2

座標空間ですべての頂点が格子点となっている直方体を格子点直方体と呼ぶことにする。ただし格子点とは x 座標, y 座標, z 座標がすべて整数となっている点であり, 直方体には立方体も含まれる。1つの頂点が原点にあり, 原点から出る3つの辺がそれぞれ x 軸, y 軸, z 軸上にある格子点直方体について, 次の問いに答えよ。ただし回転させて重なる直方体であっても異なる格子点に頂点があるものは, 異なる直方体として数える。

- (1) 原点から出る3辺がそれぞれ異なる長さ2, 3, 4である格子点直方体は何通り作れるか。
- (2) 原点から出る3辺の長さの和が9である格子点直方体は何通り作れるか。
- (3) 体積が64となる格子点直方体は何通り作れるか。
- (4) 体積が1800となる格子点直方体は何通り作れるか。

問題 3

原点を O とする座標平面上の曲線 C を媒介変数 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) を用いて次のように定義する。

$$C: \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta + (k - \theta) \cos \theta \end{cases}$$

ここで定数 k は $0 < k < \frac{\pi}{2}$ の範囲の実数である。

- (1) xy 平面における曲線 C のグラフの増減, 極値を調べよ。
- (2) $k = \frac{\pi}{3}$ のとき xy 平面上の $0 \leq x \leq 1$ の範囲に曲線 C のグラフの概形をかけ。
- (3) $0 < k < \frac{\pi}{2}$ の範囲の任意の k について原点を通る直線と曲線 C の交点の個数は 1 以下であることを示せ。

$0 \leq x \leq 1$ の範囲の任意の x に対してただ 1 つの θ が定まり, θ に対してただ 1 つ y が定まるから, y は x の関数として $y = f(x)$ と書ける。曲線 C 上に点 $A(a, f(a))$, 点 $B(b, f(b))$ を定め (ただし $0 < a < b < 1$), 線分 OA , 線分 OB , および曲線 C で囲まれる部分の面積を S とする。一方, 関数 $g(x)$ を $g(x) = f(x) - xf'(x)$ と定義し, $I = \int_a^b g(x)dx$ とおく。

- (4) S を I で表せ。
- (5) $g(x)$ を x の式で表し, $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき S を求めよ。

マークシート解答上の注意

1. 問題1の解答は、マークシートのカタカナに対応した解答欄にマークしなさい。
2. 問題文中の $\boxed{\text{ア}}$ 、 $\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示がないかぎり、符号（-，±）または数字（0～9）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
3. 解答欄の桁数が解答したい桁数よりも大きいときは、解答を右詰めで記載し、上位の桁は0をマークしなさい。

例えば、 $\boxed{\text{アイウ}}$ に25と答えたいときは、025として答えなさい。

4. 分数形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $\frac{-4}{5}$ として答えなさい。

また、それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a-1}{3}$ と答えるところを $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a-2}{6}$ のように答えてはいけません。

5. 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

6. 上記以外で解答欄が解答したい形式に合わないときは、その解答欄すべてに±をマークしなさい。

例えば、 $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $\frac{100}{3}$ と答えたいときは、キ，ク，ケすべてに±を答えなさい。

記述式問題解答上の注意

問題2，問題3の解答において、答えが分数となるときには既約分数とし、分母に根号を含むときには分母を有理化しなさい。また、根号の中に現れる自然数が最小となる形とし、根号をはずせる場合にははずしなさい。