入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　学

令和5年1月23日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 整式A：px^3+qx^2-2x+r，整式B：$3x^2-8x-3$，整式C：$2x^2-7x+3$ とする（p，q，r は実数）（$p \neq 0$）。

整式Aは整式Bおよび整式Cで割り切れる。$\dfrac{p+q+r}{5}$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

2 方程式

$$\{\log_x(4x^2-x-6)\}^2-(5+\log_x 2)\log_x(4x^2-x-6)+3\log_x 2+6=0$$

$(x>0,\ x \neq 1,\ x$ は実数$)$

のすべての解の値の和をSとする。Sの値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

3 方程式 $\sin^2 x-\cos x+a=0$（a は実数）が実数解をもつためには，とりうる a の値は $m \leqq a \leqq M$ の範囲になければならない。$\dfrac{5|M|}{|m|}$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

4 自然数 N, a について考える。

$N = 6 \times 10^{330} + 5 \times 10^{212} + 7 \times 10^{86} + 3 \times 10^{56} + 2 \times 10^{10} + 326$ であるとする。

$N + a$ が 4 および 9 の倍数となるとき，a の最小値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

5 $\beta = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}$ であるとき，$\beta^4 - 12\beta$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

6 複素数 $\left(\dfrac{1 + \sqrt{3}\,i}{1 + i}\right)^n$ ($i^2 = -1$，n は自然数) が正の実数となる最小の n を m とする。

$\dfrac{m}{8}$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

7 2次方程式$(a+4)x^2-2ax+a+b=0$（a，bは整数，$a \neq -4$）は重解をもつものとする。
bが最小値となる場合の重解を$x=p$，bが最大値となる場合の重解を$x=q$とする。
$p-q$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 関数$y=|x(x-4)|+2|x-4|$のグラフと直線L：$y=ax+8$（aは実数）が異なる3つの点を共有するとき，とりうるaの値の範囲は$m<a<M$となる。
$|m+M|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 座標平面上におけるy軸に平行な7本の直線$x=1$，$x=2$，$x=3$，$x=4$，$x=5$，$x=6$，$x=7$とx軸に平行な5本の直線$y=1$，$y=2$，$y=3$，$y=4$，$y=5$について考える。y軸に平行な異なる2本の直線とx軸に平行な異なる2本の直線で構成される長方形および正方形のなかで，面積が4となる場合の数をkとする。
$\dfrac{k}{11}$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 AB = 13, BC = 14, CA = 15 である △ABC について考える。△ABC の面積を S, 外接円の半径を R とする。

$\dfrac{2}{195}SR$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 直線 L : $y = ax$(a は実数, $a \neq 0$)と曲線 C : $y = x^3 - 4x^2 + 4x$ について考える。直線 L と曲線 C は異なる 3 つの点で交わり, 原点以外の 2 つの交点の x 座標はともに正の実数であるとする。直線 L と曲線 C で囲まれた 2 つの部分の面積が等しくなるときの a の値を p とする。$9p$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 関数$f(x)=(\log_2 x-\sqrt{5})\left(\log_4 x+\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)(\log_8 x-\log_8 2)$について考える。

$x>1$（xは実数）のとき，関数$f(x)$は$x=b$で最小値mをとる。

$|b^3+162m|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 曲線C1：$y=e^x\sin x$，曲線C2：$y=e^x\cos x$について考える。

$-\dfrac{3\pi}{4}\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{4}$（$x$は実数）のとき，曲線C1と曲線C2で囲まれた部分の面積をSとする。

$\sqrt{2}\cdot S$の値を求めよ。

㋐ $e^{\frac{\pi}{2}}+e^{-\pi}$	㋕ $e^{\frac{\pi}{2}}+e^{-\frac{3\pi}{4}}$	㋚ $e^{\frac{\pi}{2}}+e^{-\frac{\pi}{2}}$	㋟ $e^{\frac{\pi}{2}}+e^{-\frac{\pi}{4}}$
㋤ $e^{\frac{\pi}{2}}+e^{-\frac{\pi}{8}}$	㋩ $e^{\frac{\pi}{4}}+e^{-\pi}$	㋮ $e^{\frac{\pi}{4}}+e^{-\frac{3\pi}{4}}$	㋳ $e^{\frac{\pi}{4}}+e^{-\frac{\pi}{2}}$
㋶ $e^{\frac{\pi}{4}}+e^{-\frac{\pi}{4}}$	㋻ $e^{\frac{\pi}{4}}+e^{-\frac{\pi}{8}}$		

次の文章を読み，以下の問い(問題$\boxed{14}$～$\boxed{17}$)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

座標空間において3点A(2，－2，－1)，B(－1，2，0)，C(－1，2，2)の定める平面を平面ABCとし，原点をOとする。

I　$\overrightarrow{AB}$と$\overrightarrow{AC}$のなす角をθとする($0° < \theta < 90°$)。$\dfrac{|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AC}|\cos\theta}{4}$の値は$\boxed{14}$となる。

$\boxed{14}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

II　△ABCの面積をSとする。Sの値は$\boxed{15}$となる。

$\boxed{15}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

III　平面ABCに原点Oから垂線OHを下ろす。点Hの座標を$(p,\ q,\ r)$としたとき，$25(p - q + r)$の値は$\boxed{16}$となる。

$\boxed{16}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅳ　四面体 OABC の体積を V とする。$6V$ の値は $\boxed{17}$ となる。

$\boxed{17}$

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

次の文章を読み，以下の問い（問題 $\boxed{18}$ ～ $\boxed{21}$）に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

数列 $\{a_n\}$ は，$a_1 = 1$，$a_{n+1} - a_n = 3^n$（n は自然数）を満たしている。

Ⅰ　$a_5 = \boxed{18}$ である。

$\boxed{18}$

㋐　115	㋕　116	㋚　117	㋟　118	㋤　119
㋩　120	㋮　121	㋳　122	㋶　123	㋻　124

Ⅱ　a_n の一般項は $\boxed{19}$（n は自然数）となる。

$\boxed{19}$

㋐　$\dfrac{1}{2^n} + \dfrac{1}{2}$	㋕　$\dfrac{3^n}{2} - \dfrac{1}{2}$	㋚　$\dfrac{4^n}{2} - 1$	㋟　$\dfrac{5^n}{2} - \dfrac{3}{2}$
㋤　$\dfrac{6^n}{2} - 2$	㋩　$\dfrac{7^n}{2} - \dfrac{5}{2}$	㋮　$\dfrac{8^n}{2} - 3$	㋳　$\dfrac{9^n}{2} - \dfrac{7}{2}$
㋶　$\dfrac{10^n}{2} - 4$	㋻　$\dfrac{11^n}{2} - \dfrac{9}{2}$		

Ⅲ　数列$\{b_n\}$（nは自然数）は，$b_n=\dfrac{a_n}{4^n}$であるとする。$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}b_k$としたとき，$S_n=\boxed{20}$となる。

$\boxed{20}$

㋐ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$　　㋕ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+\dfrac{1}{3}$

㋚ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+\dfrac{2}{3}$　　㋟ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+1$

㋤ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+\dfrac{4}{3}$　　㋩ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+\dfrac{5}{3}$

㋮ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+2$　　㋳ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+\dfrac{7}{3}$

㋶ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+\dfrac{8}{3}$　　㋻ $\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n-\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n+3$

Ⅳ　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}3S_n=\boxed{21}$となる。

$\boxed{21}$

㋐ 0　　㋕ 1　　㋚ 2　　㋟ 3　　㋤ 4

㋩ 5　　㋮ 6　　㋳ 7　　㋶ 8　　㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い（問題$\boxed{22}$～$\boxed{25}$）に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

関数$f(x)=x^3-9x^2+kx+5$（kは実数）は，$x=\alpha$のとき，極大値をとり，$x=\beta$のとき，極小値をとるものとする（$\alpha<\beta$，α，βは実数）。

Ⅰ　kのとりうる値の範囲は，$k<c$である。$\dfrac{c}{3}=\boxed{22}$となる。

$\boxed{22}$

㋐ 0　　㋕ 1　　㋚ 2　　㋟ 3　　㋤ 4

㋩ 5　　㋮ 6　　㋳ 7　　㋶ 8　　㋻ 9

Ⅱ　極大値と極小値の差の絶対値が 4 となるときの k の値を p とする。$\dfrac{p}{8}=\boxed{23}$ となる。

$\boxed{23}$

㋐　0　　㋕　1　　㋚　2　　㋟　3　　㋤　4

㋩　5　　㋮　6　　㋳　7　　㋶　8　　㋻　9

Ⅲ　$k=p$ のときの関数 $f(x)$ の極大値を q とする。$\dfrac{q}{5}=\boxed{24}$ となる。

$\boxed{24}$

㋐　0　　㋕　1　　㋚　2　　㋟　3　　㋤　4

㋩　5　　㋮　6　　㋳　7　　㋶　8　　㋻　9

Ⅳ　$k=p$ のとき，$S=\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} f(x)\,dx$ とする。$|S-40|=\boxed{25}$ となる。

$\boxed{25}$

㋐　0　　㋕　1　　㋚　2　　㋟　3　　㋤　4

㋩　5　　㋮　6　　㋳　7　　㋶　8　　㋻　9