

令和5年度
一般選抜（前期）

10時00分～11時30分

数 学

問題冊子 1 ～ 7 頁
解答用紙 1 頁

注 意 事 項

1. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、この注意をよく読むこと。
2. 試験開始の合図〔チャイム〕があるまで、問題冊子は表紙を上、解答用紙は裏面を上置き、問題冊子は開かないこと。
3. 試験開始の合図〔チャイム〕の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答はかならず定められた解答用紙を用い、はっきり読みやすく記入すること。
また解答欄以外には何も書かないこと。
5. 問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
6. 試験開始6.0分以内および試験終了前1.0分間は、途中退場を認めない。
7. 途中退場、質問、トイレ、体調不良等で用件がある場合は、挙手のうえ監督者の指示に従うこと。
8. 問題冊子に、落丁や乱丁があるときは、挙手のうえ交換を求めること。
9. 試験終了の合図〔チャイム〕があったときは、ただちに筆記用具を置くこと。
10. 試験終了の合図〔チャイム〕の後は、問題冊子は表紙を上、解答用紙は裏面を上置き、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。
なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
11. その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--



1 以下の設問 (1), (2) の ~ にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 関数 $f(x) = 3^{2x+1} + 3^{-2x+1} - 20(3^x + 3^{-x}) + 10$ の最小値は で, このときの x の値は $x =$ または $x =$ となる.

(2) 座標平面上を運動する点 P の座標 (x, y) が時刻 t の関数として,

$$\begin{cases} x = e^{-t} \cos \frac{\pi t}{2}, \\ y = e^{-t} \sin \frac{\pi t}{2} \end{cases}$$

で表されるとき, 点 P の速さは $\frac{e^{-t}}{2} \sqrt{\text{エ}}$ であり, 点 P が時刻 $t=0$ から

$t =$ までの間に動く道のりは $\frac{\sqrt{\text{エ}}}{4}$ である.



2

2 聖さん、マリさんが常用対数表を見て話し合っている。次の会話文の [カ] ~ [メ] にあてはまる適切な数を 0 ~ 9 から選択し解答用紙の所定の欄に記入せよ。

$\log_{10} 1.2$	$\log_{10} 1.3$	$\log_{10} 1.4$	$\log_{10} 1.5$	$\log_{10} 1.6$	$\log_{10} 1.7$
0.0792	0.1139	0.1461	0.1761	0.2041	0.2304
$\log_{10} 1.8$	$\log_{10} 1.9$	$\log_{10} 2.0$	$\log_{10} 5.2$	$\log_{10} 7.0$	
0.2553	0.2788	0.3010	0.7160	0.8451	

※ $\log_{10} x$ の値を小数第 5 位で四捨五入した値

聖 「 $\log_{10} 2.6$ は、

$$\log_{10} 2.6 = \log_{10}(1.3 \times 2) = \log_{10} 1.3 + \log_{10} 2.0 \quad (1)$$

と考えると 0.4149 になるね」

マリ 「ちょっと待って。

$$\log_{10} 2.6 = \log_{10}(5.2 \div 2) = \log_{10} 5.2 - \log_{10} 2.0 \quad (2)$$

と考えると 0.4150 だよ。結果が一致しないのはなぜだろう？」

聖 「何でだろうね？…表の右下に『 $\log_{10} x$ の値を小数第 5 位で四捨五入した値』と書いてある。じゃあ、 $\log_{10} 1.3$ と $\log_{10} 2.0$ の正確な値は

$$0.11385 \leq \log_{10} 1.3 < 0.11395$$

$$0.30 \text{ [カ] [キ] [ク] } \leq \log_{10} 2.0 < 0.30 \text{ [ケ] [コ] [サ] }$$

の範囲にあるということかな。これらを利用すると (1) から $\log_{10} 2.6$ の正確な値は

$$0.41 \text{ [シ] [ス] } \leq \log_{10} 2.6 < 0.41 \text{ [セ] [ソ] }$$

の範囲にあると言えるね」

マリ 「(2) からは

$$0.41 \text{ [タ] [チ] } < \log_{10} 2.6 < 0.41 \text{ [ツ] [テ] }$$

だね。 $\log_{10} 2.6$ の正確な値は聖さんの結果との共通部分にあるので

$$0.41 \text{ [ト] [ナ] } < \log_{10} 2.6 < 0.41 \text{ [ニ] [ヌ] }$$

の範囲だね」

聖 「次は $2023 = 7 \times 17^2$ にちなんで何か調べてみようよ」

マリ 「 $7^{17^2} = 7^{289}$ とか、やたらと大きい数を調べてみるのはどうかな？」

聖 「よし、 7^{17^2} を調べよう。この巨大な数の下 2 桁は [ネ] [ノ] だ。下 3 桁は難しいな。対数を利用すれば上 2 桁（最高位の数とその隣の数）は求められるよ」



マリ 「対数表の $\log_{10} 7.0$ の値を用いて $\log_{10} 7^{17^2} = 289 \log_{10} 7.0$ を計算すると

$$289 \times 0.8451 = 244.2339$$

だね. この値を用いると 7^{17^2} は 桁の整数で, 上2桁は だ」

聖 「でも $\log_{10} 7.0$ の正確な値の範囲を考えると, $289 \log_{10} 7.0$ の正確な値は

$$244.21945 \leq 289 \log_{10} 7.0 < 244.24835$$

の範囲にあるから, 7^{17^2} の上2桁は または となるね. どっちが正解かな？」

マリ 「えーっと. ここにある情報だけでは結論は出なさそうだよ」

聖 「そう? 電卓で答え合わせしてみようか」

マリ 「 7^{289} を電卓で計算すると…エラーだね. でも $\log_{10} 7.0$ なら $0.845098\dots$ と出るよ」

聖 「それなら 7^{17^2} の上2桁は



3 放物線 $y^2 = 2x$ を C とする. 以下の設問 (1), (2) の ~ に当てはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) C 上の 2 点 $A\left(\frac{9}{2}, 3\right)$, $B\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{2}\right)$ での接線の交点を P とする. このとき, P の座標は ,

(2) C 上の 2 点を $A\left(\frac{a^2}{2}, a\right)$, $B\left(\frac{b^2}{2}, b\right)$ とおく. ただし $a > b$ である. A, B での接線の交点を $P(X, Y)$ とするとき, X と Y を a, b で表すと $X = \frac{\text{ヨ}}{2}$, $Y = \frac{\text{ラ}}{2}$ である.

(3) (2) において $\angle APB$ を (1) の に保ったまま A, B を動かすとき, X の最小値は となる. また, 点 P の軌跡は双曲線 $\frac{x^2}{\text{ル}} - \frac{y^2}{\text{レ}} = 1$ を x 軸方向に

だけ平行移動した曲線の一部である.



4

座標平面上の点 (x, y) のうち x, y がともに整数であるものを格子点と呼ぶ。(1) の \square にあてはまる適切な数と (1) の (ii) および (2) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記載せよ。

(1) 原点 O および格子点 A, B を頂点とする $\triangle OAB$ のうち面積が最小となるものを考える。

(i) $\vec{OA} = (a_1, a_2), \vec{OB} = (b_1, b_2)$ とするとき $|a_1b_2 - a_2b_1| = \square$ となる。

(ii) 平面上の点 P の位置ベクトルを, $\vec{OP} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$ と表す。とくに P が格子点のとき, m, n は整数となることを示せ。

(2) 原点 O および格子点 A, B, C を頂点とする四角形のうち面積が最小となるものを考える。ただし各頂点における内角は 180° 未満とする。

(i) この四角形の周および内部に含まれる格子点は頂点のみであることを示せ。

(ii) この四角形は平行四辺形であることを示せ。



