'24 前期日程

数 学 問 題

(医 学 部)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には，2枚の下書用紙と，問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後，直ちに，二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが，解答は各問題の下の解答欄に記入し，裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
7. 5枚の解答用紙のみを回収しますので，この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

下　書　用　紙　(1)

下　書　用　紙　(2)

数　　学

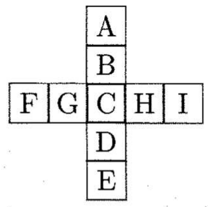
氏名	

受験番号	

1　A から I までの文字が書かれた 9 枚の同じ大きさの正方形のカードが，右下図のように隙間なく並べられている。あるカードの上に置かれた玉 Q は，1 秒ごとに，玉 Q が置かれているカードに隣接する上下左右のカードのどれかに移動する。n は自然数とし，X と書かれたカードに置かれた玉 Q が，n 秒後に Y と書かれたカードにあるとき，そこまでの経路の総数を $N(\mathrm{X}, \mathrm{Y}, n)$ で表す。たとえば，$N(\mathrm{A}, \mathrm{B}, 1)$ は，1 秒ごとのカード間の移動を → で表すならば，A→B の経路のみで 1 となり，$N(\mathrm{A}, \mathrm{B}, 3)$ は，A→B→A→B，A→B→C→B の 2 つの経路があるので 2 となる。以下の問に答えよ。

(1) n は自然数とする。$N(\mathrm{C}, \mathrm{E}, 2n)$ を求めよ。

(2) n は 2 以上の自然数とする。$N(\mathrm{A}, \mathrm{E}, 2n)$ を求めよ。



[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

2　p, q を実数の定数とする。x についての整式 $A(x)$ と $B(x)$ を

$$A(x) = x^4 + 2px^3 + 4x^2 + qx + p + 2, \qquad B(x) = x^3 + 2px^2 + 3x - 2p + q$$

とおく。$A(x)$ を $B(x)$ で割った余りを $R(x)$ とし，$B(x)$ を $R(x)$ で割った余りを $S(x)$ とする。以下の問に答えよ。ただし，方程式の解は複素数の範囲で考えることにする。

(1) $R(x)$ と $S(x)$ を求めよ。

(2) α を複素数とする。$R(\alpha) = S(\alpha) = 0$ は，$A(\alpha) = B(\alpha) = 0$ であるための必要十分条件であることを示せ。

(3) $p = 3$ とする。2 つの方程式 $A(x) = 0$, $B(x) = 0$ が共通の解を少なくとも 1 つもつような定数 q の値をすべて求めよ。

(4) 方程式 $R(x) = 0$ が実数解をもたないように，定数 p の値の範囲を定めよ。さらに p がその範囲にあるとき，2 つの方程式 $A(x) = 0$, $B(x) = 0$ が共通の解を少なくとも 1 つもつように，定数 p, q の値を定めよ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

3　六角錐 O-ABCDEF は，底面 ABCDEF が各辺の長さ 1 の正六角形で，OA = OB = OC = OD = OE = OF = 2 を満たすとする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，$\overrightarrow{OE}=\vec{e}$ とする。以下の問に答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，および $\vec{a}\cdot\vec{c}$ を求めよ。

(2) $\vec{b}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$，$\vec{e}$ を用いて表せ。

　辺 OA の中点を M とし，辺 OB 上に点 P を，MP + PC が最小になるようにとる。

(3) OP の長さを求めよ。

(4) P は 3 点 M，C，E の定める平面上にないことを示せ。

[解答欄]

得点	

数　　学

氏名	

受験番号	

4 以下の問に答えよ。

(1) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲において，2つの関数 $y = |\cos x|$，$y = |\cos 2x|$ のグラフのみで囲まれた部分の面積，および2つの関数 $y = |\cos x|$，$y = |\cos 2x|$ のグラフと直線 $x = \dfrac{\pi}{2}$ で囲まれた部分の面積の和を求めよ。

(2) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲において，2つの関数 $y = \cos x$，$y = \cos 2x$ のグラフと直線 $x = \dfrac{\pi}{2}$ で囲まれた部分を，x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ。

[解答欄]

得点	

数　学

氏名	

受験番号	

$\boxed{5}$　n は自然数とし，a は $0 < a \leqq 1$ を満たす定数とする。$I_n = \dfrac{1}{n!}\displaystyle\int_0^a (a-x)^n e^x\,dx$ とおく。ただし，e は自然対数の底である。

(1) I_1 を求めよ。

(2) 極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} I_n$ を求めよ。

(3) I_{n+1} を I_n を用いて表せ。

(4) (3) までの結果を用いて，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ の和を求めよ。

［解答欄］

得点	