

'21

前期日程

# 数 学 問 題

(医 学 部)

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この『数学問題』を開いてはいけません。
2. この中には、2枚の下書用紙と、問題文を含む5枚の解答用紙があります。
3. 試験開始後、直ちに、二つ折りになっているすべての用紙を広げてください。
4. 問題に落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所があった場合は申し出てください。
5. 氏名と受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄に必ず記入してください。
6. 解答用紙の裏面は計算等の下書きに使用しても構いませんが、解答は各問題の下の解答欄に記入し、裏面は解答に使用しないでください。解答用紙の裏面に解答してもその部分は採点しません。
7. 5枚の解答用紙のみを回収しますので、この表紙と2枚の下書用紙は持ち帰ってください。

# 数 学

- 1  $\triangle OAB$  において、辺  $AB$  上に2つの点を取り、点  $A$  に近い順にそれぞれ  $P, Q$  とする。線分  $OP$  と線分  $OQ$  は  $\angle AOB$  を3等分している。 $\angle AOP$  の大きさを  $\theta$  とし、さらに線分  $AP$ , 線分  $PQ$ , 線分  $QB$  の長さをそれぞれ  $x, y, z$  とする。このとき、 $\sin \theta$  を  $x, y, z$  で表せ。

[ 解答欄 ]

得点	
----	--

# 数 学

2 M, A, E, B, A, S, H, I の 8 文字を使ってできる文字列について、次の問いに答えよ。ただし、A と A の 2 文字は区別せず、また、8 文字のうち母音は A, E, I である。

- (1) 8 文字すべてを使ってできる文字列はいくつあるか。
- (2) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、A が隣り合うものはいくつあるか。
- (3) 8 文字すべてを使ってできる文字列のなかで、どの母音も隣り合わないものはいくつあるか。
- (4) M, A, E, B, S, H, I の 7 文字を 3 組に分ける方法は何通りあるか。ただし、3 組の区別はしない。

[ 解答欄 ]

得点	
----	--

# 数 学

3

$k$  と  $l$  は  $0 < k < 1, 0 < l < 1$  を満たす。 $\triangle OAB$  は 1 辺の長さが 1 の正三角形とし、辺  $OA$  を  $k:(1-k)$  に内分する点を  $C$ 、辺  $OB$  を  $l:(1-l)$  に内分する点を  $D$  とする。 $O$  を通り直線  $CD$  に垂直な直線と、直線  $AB$  との交点を  $E$  とする。 $E$  が線分  $AB$  を  $(1+m):m$  に外分するとき、次の問いに答えよ。ただし、 $m > 0$  である。

(1)  $k > 2l$  が成り立つことを示せ。

(2)  $m$  を  $k$  と  $l$  を用いて表せ。

(3) 直線  $CD$  と直線  $OE$  との交点を  $P$  とするとき、 $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OE}$  を満たす  $s$  を  $k$  と  $l$  を用いて表せ。

(4)  $k = 3l$  のとき、前問 (3) の  $s$  を  $l$  を用いて表せ。

[ 解答欄 ]

得点	
----	--

# 数 学

4 次の条件によって定まる数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  について答えよ。  $n$  を正の整数とするとき,

$$a_1 = 1, \quad b_1 = \sqrt{2}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{2a_nb_n}{a_n + b_n}.$$

- (1) 不等式  $b_m < a_m$  を満たす正の整数  $m$  をすべて求めよ。
- (2)  $a_1, b_1, a_m, b_m, a_{m+1}, b_{m+1}$  の大小関係を不等号  $<$  を用いて表せ。ここで,  $m$  は 2 以上の整数である。
- (3)  $n$  を正の整数とするとき, 不等式  $|a_n - b_n| < 2^{(1-2^n)}$  が成り立つことを証明せよ。

[ 解答欄 ]

得点	
----	--

# 数 学

5  $a, b, c, d$  を実数の定数とするとき、すべての実数  $x$  で定義された関数  $f(x)$  について、次の問いに答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 0), \\ x^3 + ax^2 + bx + c & (0 < x \leq 1), \\ 0 & (1 < x \leq 2), \\ de^{-\frac{1}{x-2}} & (x > 2). \end{cases}$$

ここで、任意の正の実数  $X$  と任意の正の整数  $n$  について、 $e^X \geq \frac{X^n}{n!}$  が成り立つことを使ってよい。

- (1) 関数  $f(x)$  がすべての  $x$  で微分可能であるための、 $a, b, c, d$  についての必要十分条件を求めよ。
- (2)  $a, b, c, d$  が上の (1) で与えられた必要十分条件を満たすとき、関数  $f(x)$  の  $x = 0, x = 1, x = 2$  における微分係数をそれぞれ求めよ。

[ 解答欄 ]

得点	
----	--

# 下書用紙 (1)

# 下書用紙 (2)