令和５年度　個別学力試験問題

数　　学 （120分）

●総　合　選　抜

文系，理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ

●学類・専門学群選抜

社会・国際学群　（社会学類，国際総合学類）

人　間　学　群　（教育学類，心理学類，障害科学類）

生命環境学群　（生物学類，生物資源学類，地球学類）

理　工　学　群　（数学類，物理学類，化学類，応用理工学類，工学システム学類，社会工学類）

情　報　学　群　（情報科学類，情報メディア創成学類）

医　　学　　群　（医学類，医療科学類）

注　　意

1　問題冊子は１ページから６ページまでである。

2　解答すべき問題番号を下表で確認のうえ指定の解答用紙に解答すること。

3　問題冊子及び解答用紙の表紙，計算用紙は持ち帰ること。

4　国際総合学類及び障害科学類においては，【選択１】または【選択２】の問題のいずれかを選択解答すること。

選抜区分・学類			解答すべき問題 1	2	3	4	5	6	備考
総合選抜	文系		□	□	□				□印から２問を選択解答すること。
総合選抜	理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ		□	□	□	△	△	△	□印から２問を選択，△印から２問を選択，計４問を解答すること。
学類・専門学群選抜	社会学類		□	□	□				□印から２問を選択解答すること。
学類・専門学群選抜	国際総合学類 障害科学類	【選択１】「数学Ⅰ・Ⅱ・A・B」選択者	□	□	□				□印から２問を選択解答すること。
学類・専門学群選抜	国際総合学類 障害科学類	【選択２】「数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B」選択者	□	□	□	△	△	△	□印から２問を選択，△印から２問を選択，計４問を解答すること。
学類・専門学群選抜	教育学類，心理学類 生物学類，生物資源学類，地球学類 数学類，物理学類，化学類 応用理工学類，工学システム学類 社会工学類 情報科学類，情報メディア創成学類 医学類，医療科学類		□	□	□	△	△	△	□印から２問を選択，△印から２問を選択，計４問を解答すること。

〔1〕 曲線 $C: y = x - x^3$ 上の点A(1, 0)における接線を ℓ とし，C と ℓ の共有点のうちAとは異なる点をBとする。また，$-2 < t < 1$ とし，C 上の点P$(t,\ t - t^3)$ をとる。さらに，三角形ABPの面積を $S(t)$ とする。

(1) 点Bの座標を求めよ。

(2) $S(t)$ を求めよ。

(3) t が $-2 < t < 1$ の範囲を動くとき，$S(t)$ の最大値を求めよ。

〔2〕 α, βを実数とし, $\alpha > 1$とする。曲線$C_1 : y = |x^2 - 1|$と曲線$C_2 : y = -(x - \alpha)^2 + \beta$が, 点$(\alpha,\ \beta)$と点$(p,\ q)$の2点で交わるとする。また, C_1とC_2で囲まれた図形の面積をS_1とし, x軸, 直線$x = \alpha$, およびC_1の$x \geqq 1$を満たす部分で囲まれた図形の面積をS_2とする。

(1) pをαを用いて表し, $0 < p < 1$であることを示せ。

(2) S_1をαを用いて表せ。

(3) $S_1 > S_2$であることを示せ。

〔３〕 座標空間内の原点Oを中心とする半径 r の球面 S 上に4つの頂点がある四面体ABCDが，

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

を満たしているとする。また三角形ABCの重心をGとする。

(1) $\overrightarrow{OG}$ を $\overrightarrow{OD}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$ を r を用いて表せ。

(3) 点Pが球面 S 上を動くとき，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$ の最大値を r を用いて表せ。さらに，最大値をとるときの点Pに対して，$|\overrightarrow{PG}|$ を r を用いて表せ。

〔4〕 a，b を実数とし，$f(x) = x + a\sin x$，$g(x) = b\cos x$ とする。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)\,dx$ を求めよ。

(2) 不等式

$$\int_{-\pi}^{\pi} \{f(x) + g(x)\}^2\,dx \geqq \int_{-\pi}^{\pi} \{f(x)\}^2\,dx$$

が成り立つことを示せ。

(3) 曲線 $y = |f(x) + g(x)|$，2直線 $x = -\pi$，$x = \pi$，および x 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに1回転させてできる回転体の体積を V とする。このとき不等式

$$V \geqq \frac{2}{3}\pi^2(\pi^2 - 6)$$

が成り立つことを示せ。さらに，等号が成立するときの a，b を求めよ。

〔5〕 $f(x)=x^{-2}e^x$ $(x>0)$とし，曲線$y=f(x)$をCとする。またhを正の実数とする。さらに，正の実数tに対して，曲線C，2直線$x=t$，$x=t+h$，およびx軸で囲まれた図形の面積を$g(t)$とする。

(1) $g'(t)$を求めよ。

(2) $g(t)$を最小にするtがただ1つ存在することを示し，そのtをhを用いて表せ。

(3) (2)で得られたtを$t(h)$とする。このとき極限値$\lim_{h \to +0} t(h)$を求めよ。

〔6〕 i を虚数単位とする。複素数平面に関する以下の問いに答えよ。

(1) 等式 $|z+2|=2|z-1|$ を満たす点 z の全体が表す図形は円であることを示し，その円の中心と半径を求めよ。

(2) 等式

$$\{|z+2|-2|z-1|\}\,|z+6i|=3\{|z+2|-2|z-1|\}\,|z-2i|$$

を満たす点 z の全体が表す図形を S とする。このとき S を複素数平面上に図示せよ。

(3) 点 z が(2)における図形 S 上を動くとき，$w=\dfrac{1}{z}$ で定義される点 w が描く図形を複素数平面上に図示せよ。