# 令和４年度　個別学力試験問題
# 数　　　学　(120分)

●総　合　選　抜
　文系，理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ
●学類・専門学群選抜
　社会・国際学群　(社会学類，国際総合学類)
　人　間　学　群　(教育学類，心理学類，障害科学類)
　生命環境学群　(生物学類，生物資源学類，地球学類)
　理　工　学　群　(数学類，物理学類，化学類，応用理工学類，工学システム学類，社会工学類)
　情　報　学　群　(情報科学類，情報メディア創成学類)
　医　　学　　群　(医学類，医療科学類)

## 目　　次



## 注　　意

1　問題冊子は１ページから７ページまでである。
2　志望する選抜区分または学類の解答すべき科目を下表で確認のうえ解答すること。国際総合学類及び障害科学類は選択した科目を解答すること。
3　問題番号に対応した解答用紙を使用すること。

| 選抜区分・学類 | | 出題科目：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B | 出題科目：数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B |
|---|---|---|---|
| 総合選抜 | 文系 | 〔1〕～〔3〕から２問 | — |
| 総合選抜 | 理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ | — | 〔1〕～〔3〕から２問<br>〔4〕～〔6〕から２問　計４問 |
| 学類・専門学群選抜 | 社会学類 | 〔1〕～〔3〕から２問 | — |
| 学類・専門学群選抜 | 国際総合学類，障害科学類 | (〔1〕～〔3〕から２問)または | (〔1〕～〔3〕から２問<br>〔4〕～〔6〕から２問　計４問) |
| 学類・専門学群選抜 | 教育学類，心理学類<br>生物学類<br>生物資源学類<br>地球学類，数学類<br>物理学類，化学類<br>応用理工学類<br>工学システム学類<br>社会工学類<br>情報科学類<br>情報メディア創成学類<br>医学類，医療科学類 | — | 〔1〕～〔3〕から２問<br>〔4〕～〔6〕から２問　計４問 |

## 数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B

次ページ以降の問題〔1〕～〔3〕について，以下の表のとおり問題を選択して解答すること。

| 問　題 | 選　択　方　法 | 備　考 |
|---|---|---|
| 〔1〕 | いずれか2問を選択し，解答しなさい。 | 計2問に解答すること。 |
| 〔2〕 | | |
| 〔3〕 | | |

## 数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

次ページ以降の問題〔1〕～〔6〕について，以下の表のとおり問題を選択して解答すること。

| 問　題 | 選　択　方　法 | 備　考 |
|---|---|---|
| 〔1〕 | いずれか2問を選択し，解答しなさい。 | 計4問に解答すること。 |
| 〔2〕 | | |
| 〔3〕 | | |
| 〔4〕 | いずれか2問を選択し，解答しなさい。 | |
| 〔5〕 | | |
| 〔6〕 | | |

〔1〕 $t$, $p$ を実数とし, $t>0$ とする。$xy$ 平面において, 原点Oを中心とし点A(1, $t$)を通る円を $C_1$ とする。また, 点Aにおける $C_1$ の接線を $\ell$ とする。直線 $x=p$ を軸とする2次関数のグラフ $C_2$ は, $x$ 軸と接し, 点Aにおいて直線 $\ell$ とも接するとする。

(1) 直線 $\ell$ の方程式を $t$ を用いて表せ。

(2) $p$ を $t$ を用いて表せ。

(3) $C_2$ と $x$ 軸の接点をMとし, $C_2$ と $y$ 軸の交点をNとする。$t$ が正の実数全体を動くとき, 三角形OMNの面積の最小値を求めよ。

〔2〕 整数 $a_1$, $a_2$, $a_3$, … を，さいころをくり返し投げることにより，以下のように定めていく。まず，$a_1=1$ とする。そして，正の整数 $n$ に対し，$a_{n+1}$ の値を，$n$ 回目に出たさいころの目に応じて，次の規則で定める。

(規則) $n$ 回目に出た目が 1，2，3，4 なら $a_{n+1}=a_n$ とし，5，6 なら $a_{n+1}=-a_n$ とする。

たとえば，さいころを 3 回投げ，その出た目が順に 5，3，6 であったとすると，$a_1=1$，$a_2=-1$，$a_3=-1$，$a_4=1$ となる。

$a_n=1$ となる確率を $p_n$ とする。ただし，$p_1=1$ とし，さいころのどの目も，出る確率は $\frac{1}{6}$ であるとする。

(1) $p_2$, $p_3$ を求めよ。

(2) $p_{n+1}$ を $p_n$ を用いて表せ。

(3) $p_n \leqq 0.5000005$ を満たす最小の正の整数 $n$ を求めよ。
ただし，$0.47 < \log_{10} 3 < 0.48$ であることを用いてよい。

〔3〕 $0 < t < 1$とする。平行四辺形ABCDについて，線分AB，BC，CD，DAを$t : 1 - t$に内分する点をそれぞれ$A_1$，$B_1$，$C_1$，$D_1$とする。さらに，点$A_2$，$B_2$，$C_2$，$D_2$および$A_3$，$B_3$，$C_3$，$D_3$を次の条件を満たすように定める。

（条件） $k = 1$，2について，点$A_{k+1}$，$B_{k+1}$，$C_{k+1}$，$D_{k+1}$は，それぞれ線分$A_kB_k$，$B_kC_k$，$C_kD_k$，$D_kA_k$を$t : 1 - t$に内分する。

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$，$\overrightarrow{AD} = \vec{b}$とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{A_1B_1} = p\vec{a} + q\vec{b}$，$\overrightarrow{A_1D_1} = x\vec{a} + y\vec{b}$を満たす実数$p$，$q$，$x$，$y$を$t$を用いて表せ。

(2) 四角形$A_1B_1C_1D_1$は平行四辺形であることを示せ。

(3) $\overrightarrow{AD}$と$\overrightarrow{A_3B_3}$が平行となるような$t$の値を求めよ。

〔4〕 $0 < a < 4$ とする。曲線

$$C_1 : y = 4\cos^2 x \qquad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right),$$

$$C_2 : y = a - \tan^2 x \qquad \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

は，ちょうど2つの共有点をもつとする。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) $C_1$ と $C_2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

〔5〕 曲線 $C: y=(x+1)e^{-x}$ $(x>-1)$ 上の点Pにおける法線と $x$ 軸との交点をQとする。点Pの $x$ 座標を $t$ とし，点Qと点R$(t, 0)$との距離を $d(t)$ とする。

(1) $d(t)$ を $t$ を用いて表せ。

(2) $x \geqq 0$ のとき $e^x \geqq 1+x+\dfrac{x^2}{2}$ であることを示せ。

(3) 点Pが曲線 $C$ 上を動くとき，$d(t)$ の最大値を求めよ。

〔6〕 $i$は虚数単位とする。次の条件(I), (II)をどちらも満たす複素数$z$全体の集合を$S$とする。

(I) $z$の虚部は正である。

(II) 複素数平面上の点A(1), B($1-iz$), C($z^2$)は一直線上にある。

このとき，以下の問いに答えよ。

(1) 1でない複素数$\alpha$について，$\alpha$の虚部が正であることは，$\dfrac{1}{\alpha-1}$の虚部が負であるための必要十分条件であることを示せ。

(2) 集合$S$を複素数平面上に図示せよ。

(3) $w=\dfrac{1}{z-1}$とする。$z$が$S$を動くとき，$\left|w+\dfrac{i}{\sqrt{2}}\right|$の最小値を求めよ。