令和３年度　個別学力試験問題

数　　学　（120 分）

●総　合　選　抜

文系，理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ

●学類・専門学群選抜

社会・国際学群　（社会学類，国際総合学類）
人　間　学　群　（教育学類，心理学類，障害科学類）
生命環境学群　（生物学類，生物資源学類，地球学類）
理　工　学　群　（数学類，物理学類，化学類，応用理工学類，工学システム学類，社会工学類）
情　報　学　群　（情報科学類，情報メディア創成学類）
医　　学　　群　（医学類，医療科学類）

目　　次

注　　意

1　問題冊子は１ページから 11 ページまでである。
2　受験者は，志望する選抜区分または学類の解答すべき科目を下表で確認のうえ，解答しなさい。国際総合学類及び障害科学類は選択した科目を解答すること。
3　問題番号に対応した解答用紙を使用すること。指定された解答用紙以外への解答は採点しない。

選抜区分・学類		出題科目 数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ａ・数学Ｂ	出題科目 数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学Ａ・数学Ｂ	備考
総合選抜	文系	◎		◎印の科目を解答
総合選抜	理系Ⅰ，理系Ⅱ，理系Ⅲ		◎	◎印の科目を解答
学類・専門学群選抜	社会学類	◎		◎印の科目を解答
	国際総合学類	○	○	○印の中から１科目を選択解答
	教育学類		◎	◎印の科目を解答
	心理学類		◎	◎印の科目を解答
	障害科学類	○	○	○印の中から１科目を選択解答
	生物学類		◎	◎印の科目を解答
	生物資源学類		◎	◎印の科目を解答
	地球学類		◎	◎印の科目を解答
	数学類		◎	◎印の科目を解答
	物理学類		◎	◎印の科目を解答
	化学類		◎	◎印の科目を解答
	応用理工学類		◎	◎印の科目を解答
	工学システム学類		◎	◎印の科目を解答
	社会工学類		◎	◎印の科目を解答
	情報科学類		◎	◎印の科目を解答
	情報メディア創成学類		◎	◎印の科目を解答
	医学類		◎	◎印の科目を解答
	医療科学類		◎	◎印の科目を解答

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B

2ページから4ページの問題〔1〕～〔3〕について，以下の表のとおり問題を選択して解答すること。定められた問題数以上に解答した場合，採点しない。

問　題	選　択　方　法	備　考
〔1〕	いずれか2問を選択し，解答しなさい。	計2問に解答すること。
〔2〕		
〔3〕		

〔1〕 xy 平面において2つの円

$$C_1 : x^2 - 2x + y^2 + 4y - 11 = 0,$$

$$C_2 : x^2 - 8x + y^2 - 4y + k = 0$$

が外接するとし，その接点をPとする。以下の問いに答えよ。

(1) k の値を求めよ。

(2) Pの座標を求めよ。

(3) 円 C_1 と円 C_2 の共通接線のうち点Pを通らないものは2本ある。これら2直線の交点Qの座標を求めよ。

〔2〕 $t=\sin\theta+\cos\theta$ とし，θ は $-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くものとする。

(1) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$ と $\cos 4\theta$ を，それぞれ t を用いて表せ。

(3) $\sin^3\theta+\cos^3\theta=\cos 4\theta$ であるとき，t の値をすべて求めよ。

〔3〕 Oを原点とする座標空間において，3点$A(-2, 0, 0)$，$B(0, 1, 0)$，$C(0, 0, 1)$を通る平面をαとする。2点$P(0, 5, 5)$，$Q(1, 1, 1)$をとる。点Pを通り$\overrightarrow{OQ}$に平行な直線をℓとする。直線ℓ上の点Rから平面αに下ろした垂線とαの交点をSとする。$\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + k\overrightarrow{OQ}$（ただし$k$は実数）とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) kを用いて，$\overrightarrow{AS}$を成分で表せ。

(2) 点Sが$\triangle ABC$の内部または周にあるようなkの値の範囲を求めよ。

数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B

6ページから11ページの問題〔1〕～〔6〕について，以下の表のとおり問題を選択して解答すること。定められた問題数以上に解答した場合，採点しない。

問　題	選　択　方　法	備　考
〔1〕	いずれか2問を選択し，解答しなさい。	計4問に解答すること。
〔2〕		
〔3〕		
〔4〕	いずれか2問を選択し，解答しなさい。	
〔5〕		
〔6〕		

〔1〕 xy 平面において2つの円

$$C_1 : x^2 - 2x + y^2 + 4y - 11 = 0,$$
$$C_2 : x^2 - 8x + y^2 - 4y + k = 0$$

が外接するとし，その接点をPとする。以下の問いに答えよ。

(1) k の値を求めよ。

(2) Pの座標を求めよ。

(3) 円 C_1 と円 C_2 の共通接線のうち点Pを通らないものは2本ある。これら2直線の交点Qの座標を求めよ。

〔2〕 $t = \sin\theta + \cos\theta$ とし，θ は $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くものとする。

(1) t のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$ と $\cos 4\theta$ を，それぞれ t を用いて表せ。

(3) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = \cos 4\theta$ であるとき，t の値をすべて求めよ。

〔3〕 Oを原点とする座標空間において，3点A$(-2, 0, 0)$，B$(0, 1, 0)$，C$(0, 0, 1)$を通る平面をαとする。2点P$(0, 5, 5)$，Q$(1, 1, 1)$をとる。点Pを通り$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$に平行な直線を$\ell$とする。直線$\ell$上の点Rから平面$\alpha$に下ろした垂線と$\alpha$の交点をSとする。$\overrightarrow{\mathrm{OR}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} + k\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$（ただし$k$は実数）とおくとき，以下の問いに答えよ。

(1) kを用いて，$\overrightarrow{\mathrm{AS}}$を成分で表せ。

(2) 点Sが△ABCの内部または周にあるようなkの値の範囲を求めよ。

◇M7(043—96)

〔4〕 p，q を定数とし，$0 < p < 1$ とする。

曲線 $C_1 : y = px^{\frac{1}{p}}\ (x > 0)$ と，

曲線 $C_2 : y = \log x + q\ (x > 0)$

が，ある1点 (a, b) において同じ直線に接するとする。曲線 C_1，直線 $x = a$，直線 $x = e^{-q}$ および x 軸で囲まれた図形の面積を S_1 とする。また，曲線 C_2，直線 $x = a$ および x 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。

(1) q を p を用いて表せ。

(2) S_1，S_2 を p を用いて表せ。

(3) $\dfrac{S_2}{S_1} \geqq \dfrac{3}{4}$ であることを示せ。ただし，$2.5 < e < 3$ を用いてよい。

〔5〕 Oを原点とするxy平面において，点A$(-1,0)$と点B$(2,0)$をとる。円$x^2+y^2=1$の，$x \geqq 0$かつ$y \geqq 0$を満たす部分をCとし，また点Bを通りy軸に平行な直線をℓとする。2以上の整数nに対し，曲線C上に点P，Qを

$$\angle \mathrm{POB}=\frac{\pi}{n},\quad \angle \mathrm{QOB}=\frac{\pi}{2n}$$

を満たすようにとる。直線APと直線ℓの交点をVとし，直線AQと直線ℓの交点をWとする。線分AP，線分AQおよび曲線Cで囲まれた図形の面積を$S(n)$とする。また線分PV，線分QW，曲線Cおよび線分VWで囲まれた図形の面積を$T(n)$とする。

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\{S(n)+T(n)\}$を求めよ。

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{T(n)}{S(n)}$を求めよ。

〔6〕 iは虚数単位とする。複素数平面において，複素数zの表す点PをP(z)または点zと書く。$\omega=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$とおき，3点A(1)，B($\omega$)，C($\omega^2$)を頂点とする△ABCを考える。

(1) △ABCは正三角形であることを示せ。

(2) 点zが辺AC上を動くとき，点$-z$が描く図形を複素数平面上に図示せよ。

(3) 点zが辺AB上を動くとき，点z^2が描く図形をE_1とする。また，点zが辺AC上を動くとき，点z^2が描く図形をE_2とする。E_1とE_2の共有点をすべて求めよ。