令和３年度個別学力検査問題
(国際資源学部，教育文化学部，医学部，理工学部)

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は，６ページあり，問題は(1)から(8)まで８題あります。解答用紙は４枚あります。計算用紙(白紙)は２枚あります。
　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの乱丁・落丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　受験する学部等により，それぞれ以下の４題が出題されます。
　国際資源学部は(1)，(3)，(4)，(5)
　教育文化学部(理数教育コースを除く)は(1)，(2)，(3)，(4)
　教育文化学部(理数教育コース)は(1)，(3)，(4)，(5)
　医学部は(5)，(6)，(7)，(8)
　理工学部は(1)，(3)，(4)，(5)
をそれぞれ解答しなさい。

4　監督者の指示に従って，解答用紙に受験番号を記入しなさい。

5　１枚の解答用紙に１つの問題を解答しなさい。また，解答用紙の指定された(　)内に解答する問題の番号を記入しなさい。

6　解答用紙の表(おもて)に記入しきれない場合は，その裏に記入してもよい。その場合，解答用紙の表の右下に「裏に記入」と明記しなさい。ただし，解答用紙の裏の上部(破線の上の部分)には解答を記入してはいけません。

7　配付された解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

8　試験終了後，問題冊子および計算用紙は持ち帰りなさい。

（１） 次の問いに答えなさい。

(i) $x = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$，$y = \dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ のとき，$x + y$ の値と $x^3 + y^3$ の値を求めなさい。

(ii) 1 から 9 までの番号が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードの中から，3 枚のカードを同時に引く。このとき，3 枚のカードの番号の積が 24 以下になる確率を求めなさい。

(iii) 不等式 $x + 4 \leqq 4x - 5$ を満たす実数 x の集合を A，不等式 $|x - 3| < 2$ を満たす実数 x の集合を B とする。また，定数 a，b に対して 2 次不等式 $x^2 + ax + b < 0$ を満たす実数 x の集合を X とする。実数全体を全体集合とするとき，$X = \overline{A} \cap B$ となるように a，b の値を定めなさい。

(iv) p を実数とし，$\vec{a} = (2,\ 4)$，$\vec{b} = (p,\ 2 - p)$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が 45° のとき，p の値を求めなさい。

(2) 関数$f(x)=x^2-1$に対し，曲線$y=f(x)$上に点A$(a,\ f(a))$をとる。次の問いに答えなさい。

(i) $a>0$とする。点Aと点O$(0,0)$の距離を最小にするaの値と，そのときの距離を求めなさい。

(ii) $a\neq 0$とする。点Aにおける曲線$y=f(x)$の接線とx軸との交点のx座標を求めなさい。

(iii) $a=2$とする。曲線$y=f(x)$，点Aにおける接線，およびx軸で囲まれた部分の面積を求めなさい。

(3) △ABCにおいて，辺BC，CA，ABの長さをそれぞれa，b，cで表し，∠A，∠B，∠Cの大きさをそれぞれA，B，Cで表す。次の問いに答えなさい。

(i) $b=7$，$c=5$，$\cos A=\dfrac{1}{7}$であるとき，△ABCの外接円の半径Rを求めなさい。

(ii) $b=2c$，$\cos A=\dfrac{1}{4}$のとき，$\sin A:\sin B:\sin C$を求めなさい。

(iii) $b=6$，$c=2$であり，$6\cos C-2\cos B=a$が成り立つとき，Bとaの値をそれぞれ求めなさい。

(4) 初項5，公比3の等比数列$\{a_n\}$に対し，次の問いに答えなさい。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$とする。

(i) 数列$\{b_n\}$を，$b_1 = 2$，$b_{n+1} - b_n = a_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$により定める。数列$\{b_n\}$の一般項を求めなさい。

(ii) $10^2 < a_n < 10^6$を満たす，すべての自然数nを求めなさい。

(iii) 数列$\{a_n\}$の初項から第n項までの和をS_nとする。$S_n > 10^5$を満たす，最小の自然数nを求めなさい。

(5) 関数$f(x) = \dfrac{1}{1 + e^x}$について，次の問いに答えなさい。

(i) xが実数全体を動くとき，$f(x)$のとりうる値の範囲を求めなさい。

(ii) 定積分$\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx$を求めなさい。

(iii) aを実数とする。点$(a,\ f(a))$における曲線$y = f(x)$の接線をℓとし，ℓと直線$y = 2$との交点をP，ℓと直線$y = -1$との交点をQとする。このとき，線分PQの長さが最小となるaの値を求めなさい。

（6） 次の問いに答えなさい。ただし，i は虚数単位とする。

(i) 複素数 α，β が $|\alpha+\beta|=|\alpha-\beta|=1$ を満たすとき，$|\alpha\beta|$ の最大値を求めなさい。

(ii) 複素数 α，β が $\alpha\beta=1$ を満たすとする。原点をOとする複素数平面上において，α の表す点をPとし，β の表す点をQとする。線分OPが実軸の正の向きとなす角を θ とし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。△OPQの面積が $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ のとき，θ の値を求めなさい。

(iii) m，n を $1 \leqq m \leqq 10$，$1 \leqq n \leqq 10$ を満たす整数とする。

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^m\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)^n=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

となる m，n の組を求めなさい。

(7) 座標空間に4点A(1, −2, −2), B(3, 2, 0), C(0, 3, 2), D(4, −1, 0)をとる。点A, B, C, D, Aを順に線分で結んでできる折れ線L＝ABCDAを考える。次の問いに答えなさい。

(i) $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{BC}}$のなす角を$\alpha$, $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$と$\overrightarrow{\mathrm{DC}}$のなす角を$\beta$とする。$\alpha$と$\beta$の大小を比較しなさい。

(ii) kを定数とする。折れ線Lにおいてy座標がk以上である部分をL_1, y座標がk以下である部分をL_2とする。L_1の長さとL_2の長さが等しくなるように, kの値を定めなさい。

(iii) 折れ線L上を動く点Pが, 点Aを出発し, B, C, Dを順に通ってAに戻るとする。2点A, P間の距離APが増加から減少に変わるときの点Pの座標, およびAPが減少から増加に変わるときの点Pの座標を求めなさい。

(8) 関数$f(x)=e^{x^3-x}$について，次の問いに答えなさい。

(i) kを定数とするとき，関数$y=f(x)$のグラフと直線$y=k$との共有点の個数を求めなさい。

(ii) 関数$y=f(x)$のグラフと$y=e^x$のグラフとの共有点の座標を求めなさい。

(iii) Dを$y=f(x)$のグラフと$y=e^x$のグラフで囲まれた部分とする。mを定数とし，直線$y=m$のうちDとの共通部分が，線分または互いに交わらない線分の集まりであるとき，それらの線分の長さの合計を，直線$y=m$のD部分の長さとよぶ。$m \neq e^{\frac{1}{3}}$として，直線$y=e^{\frac{1}{3}}$のD部分の長さと直線$y=m$のD部分の長さが等しくなるように，mの値を1つ定めなさい。