

〔「物理基礎・物理」〔化学基礎・化学〕〔生物基礎・生物〕〕

(時間：2 出題科目で 120 分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 出題科目、ページ及び選択方法は、下表のとおりです。

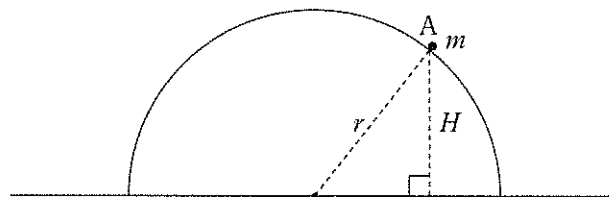
出 題 科 目	ページ	選 択 方 法
〔物理基礎・物理〕	1～3	左の3出題科目のうちから、あらかじめ届け出た2出題科目について解答しなさい。
〔化学基礎・化学〕	4～5	
〔生物基礎・生物〕	6～8	

- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 5 問題冊子の余白は計算等に用いて構いません。
- 6 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

物理基礎・物理

- 〔1〕 図のように、半径 r の半球が切断面を下にして水平な床に固定されている。球面上での質量 m の質点 A の運動について考える。重力加速度の大きさを g として、次の文章の空欄 ~ を適切に埋め、以下の問い(問1~4)に簡潔な説明をつけて答えよ。

まず、球表面がなめらかな場合を考える。A を高さ H の点に静かに置くと A は球面上を滑り出した。球面上の高さ h の点を通過している瞬間の A の速さは g, h, H を用いて と表される。この時の A の加速度を「運動する道筋(軌跡)の接線方向の成分」と「球の中心方向の成分」に分けると、前者の大きさは g, h, r を用いて と、後者の大きさは g, h, r, H を用いて と表される。その後、A は高さ a の点で速さが v に達し、球面から離れた。



問1 a および v を g, H から必要なものを用いて表せ。

次に、球表面があらい場合を考える。ただし、球表面と A の間の静止摩擦係数を μ とする。A を球面上に静かに置くと H' より高いところでは滑らずに静止し、高さ H' の点に静かに置くと A は滑り出した。 H' は r, μ を用いて と、高さ H' での A にはたらく垂直抗力の大きさは g, m, μ を用いて と表される。その後、A は高さ b の点で速さが V に達し、球面から離れた。 b, g および V の関係式は と表される。

関係式 は常に成り立つが、A が滑り出してから球面を離れるまでの間に動摩擦力が A にした仕事 W によって b は変わる。 W の大きさ $|W|$ が大きいほど b は小さく、 $|W|$ が小さいほど b は大きくなる。ただし、 b はどのような値でもとることが出来るわけではない。ある高さ B を用いて b のとりうる範囲は $0 < b < B$ と表される。

問2 W を b, g, m, r, μ を用いて表せ。

問3 B を r, μ を用いて表せ。

最後に、球表面がなめらかな場合に A を高さ H' の点に静かに置くと A は滑り出し、高さ a' の点で球面から離れた。

問4 a' は B の何倍か。

[2] 真空中に置かれた電荷、電気力線の数、および電場(電界)の強さについての次の文章を読み、空欄 **ア** ~ **ク** を適切に埋め、以下の問い(問1~4)に簡潔な説明をつけて答えよ。

ある場所で電気力線に垂直な単位面積を考え、そこを貫く電気力線の数とその場所の電場の強さに等しいとする。このように決めると、電気量 $Q (Q > 0 \text{ C})$ を持つ点電荷から出る電気力線の本数は次のように求まる。電気力線はすべてこの点電荷を中心とする半径 r の球面を貫く。一方、この球面上のある点での電場の強さはクーロンの法則の比例定数 k と r , Q を用いて **ア** と表される。**ア** がこの球面上での電気力線の密度と等しいので、この点電荷から出ている電気力線の本数は k と Q を用いて **イ** と表される。

ここで述べた電気量と電気力線の本数の関係は点電荷以外の場合にも成り立つ。一般に、任意の閉曲面の内部に Q の電気量があるとき、この曲面を貫いて外に出る電気力線の本数は **イ** である。

I

xy 平面の原点 O に電気量 Q の点電荷を、点 $A(a, 0)$ に電気量 $-2Q$ の点電荷をそれぞれ固定した。ただし、 $a > 0 \text{ m}$ とし、無限遠を電位の基準とする。

問1 点 $P(x, y)$ での電位 V_1 を a, k, x, y, Q を用いて表せ。

問2 無限遠以外で電位が 0 V の等電位線を解答欄の xy 平面に描け。

II

半径 b の無限に長い金属円柱を、表面が一様な電荷の面密度(単位面積あたりの電気量)になるように帯電させた。この金属円柱が中心軸から r の距離に作る電場の強さを考える。まず、金属円柱の内側($r < b$)での電場の強さは **ウ** N/C である。次に、金属円柱の外側($r > b$)での電場の強さを求めるために半径 r 、長さ L の仮想的な円筒を考える。この円筒は金属円柱と中心軸が一致している(図1)。図1の灰色の長さ L の部分に着目する。この部分の電気量が Q となるとき、ここから出る電気力線の本数は **イ** である。このとき、金属円柱表面の電荷の面密度 $\sigma (\sigma > 0 \text{ C/m}^2)$ は b, L, Q を用いて **エ** と表される。電気力線はすべて金属円柱の半径方向に出るとすると、仮想的な円筒の側面を垂直に貫くので $r > b$ での電場の強さは k, r, L, Q を用いて **オ** と表される。

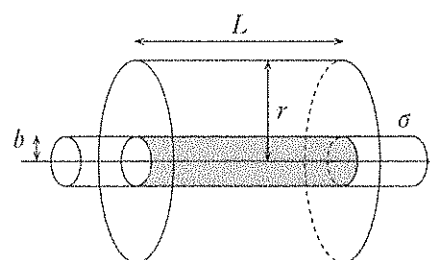


図1

III

図2のように、平面極板AとBを平行板コンデンサーとみなせるように間隔 d で向かい合わせた。ただし、極板の面積は十分に大きく、 d は十分に小さく、極板の端の影響は無視できるものとする。Aを接地し、Bに電気量 Q の電荷を与えた。このときに極板間にできる電場の強さを次のように考えよう。Bの電荷によりAに電荷が現れる。その電気量は Q を用いて **カ** と表される。Aの電荷とBの電荷は電気的な引力のため極板の向かい合う面に集まり、一様に分布し、**イ** の電気力線すべてが極板に対して垂直にBから出てAに入る。極板間の電場の強さは、各極板の向かい合う面の面積 S と k, Q を用いて表すと **キ** である。また、このときの極板間の電位差は d, k, Q, S を用いて **ク** と表される。

問3 AとBの極板対を平行板コンデンサーとみなしたときの電気容量 C と、このコンデンサーに蓄えられている静電エネルギー U をそれぞれ d, k, Q, S から必要なものを用いて表せ。

問4 図2の状態から図3のように厚さ $t (t < d)$ の金属板Cを挿入した。この平行板コンデンサーの電気容量 C' と、このコンデンサーに蓄えられている静電エネルギー U' をそれぞれ d, k, t, Q, S から必要なものを用いて表せ。

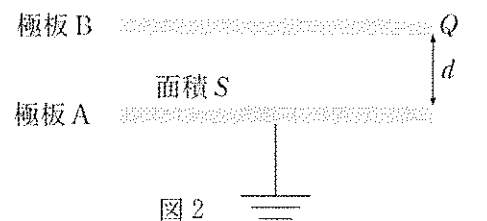


図2

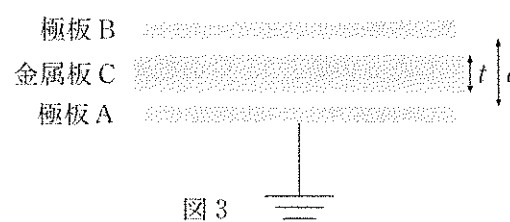


図3

[3] 次の文章の空欄 ~ を適切に埋め、以下の問いに簡潔な説明をつけて答えよ。

空気中を伝わる音とは、音源が振動すると音源に接する空気が振動し、この振動が疎密波として伝わる現象である。この疎密波によって、空気の圧力の高い場所と低い場所ができ、この密度変化や圧力変化が空気中を伝わる。このとき、空気はどのような状態変化をするのか考察しよう。以下では、空気を窒素分子(N_2)と酸素分子(O_2)からなる理想気体とみなせる混合気体とし、 N_2 のモル質量(1 mol あたりの質量)を M_N 、 O_2 のモル質量を M_O とする。

非常に長く断面積が一定で水平に置かれたシリンダー内に空気が入っており、その中をシリンダーに沿って音が伝わる場合を考えよう。音が伝わることで、それぞれの場所で空気の密度や圧力が変動する。しかし、これらの変動は非常に小さく、また、時間的な平均はどこでも同じであると考えられる。そこで、シリンダー内の平均の密度を ρ_0 、平均の圧力を p_0 と表そう。密度や圧力が変動するため、空気は「等温変化」か「断熱変化」のどちらかの状態変化をしている、と考えてみよう。この状態変化を「等温変化」と考えると、それぞれの場所での温度の変動はなく、どこでも同じ温度である。これに対して、この状態変化を「断熱変化」と考えると、それぞれの場所で非常に小さな温度の変動が生じるが、その時間的な平均はどこでも同じである。以下では、どちらの状態変化においても、温度の時間的な平均を絶対温度で T_0 と表そう。

シリンダーの端からじゅうぶん離れた非常にせまい領域に物質質量 n_N の N_2 と物質質量 n_O の O_2 が入っていると、この分子の集団を A と呼ぶこととする。A の密度や圧力は時間的に変動するが、 n_N と n_O は時間的に変らないものとする。A の占める領域は非常にせまいので、その中の A の密度、圧力、温度はどこでも同じであるとみなせる。

ある時刻において、A の占める領域の体積を V 、A の密度を ρ 、圧力を p 、絶対温度を T とする。図1は、このときの A の占める領域のまわりのようすを示している。一般に理想気体とみなせる混合気体では、各気体ごとに状態方程式が成り立ち、特に、各気体が同一の領域にあるとき、各気体の圧力の総和が混合気体の圧力であることが知られている。これより、 N_2 による圧力は気体定数 R と n_N 、 T 、 V を用いて と表される。同様に O_2 による圧力も求めることができる。また、A のモル質量 M_A は n_N 、 n_O 、 M_N 、 M_O を用いて と、A の密度 ρ は n_N 、 n_O 、 M_A 、 V を用いて と表されるので、A の圧力 p は M_A 、 R 、 T 、 ρ を用いて と表される。

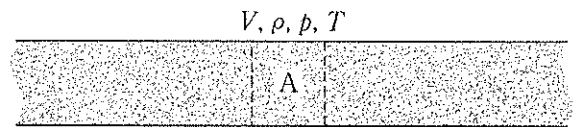


図1

次の瞬間、状態変化によって、図2のように A の占める体積が ΔV 、A の密度が $\Delta\rho$ 、圧力が Δp 変化し、これに伴った温度の変化量が ΔT であったとする。これらの変化量と気体中の音速 v_s の間には $v_s^2 = \frac{\Delta p}{\Delta\rho}$ という関係があることが知られている。特に A が理想気体であることから、 $\frac{\Delta p}{\Delta\rho}$ は $a \frac{RT_0}{M_A}$ と表される。ここで、 a は気体の状態変化の仕方によって決まる定数である。そこで、状態変化が「等温変化」の場合と「断熱変化」の場合で a がいくつになるか調べてみよう。ただし、ここで扱う物理量に対して、下の枠内に示す「変化量に対する近似のルール」を適用できるものとする。

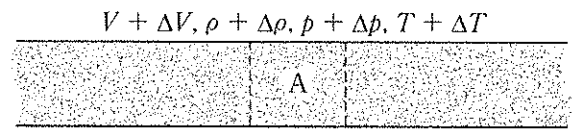


図2

まず、「等温変化」での a を求めよう。等温変化では で用いられる T は一定である。したがって、 Δp は近似式1、3と M_A 、 R 、 T_0 、 $\Delta\rho$ を用いて と表される。これより等温変化における a は であることがわかる。

次に、「断熱変化」での a を求めよう。断熱変化では A の内部エネルギーの変化 ΔU と A が外部にする仕事 W の和は である。ここで、 N_2 も O_2 も二原子分子からなる理想気体なので、定積モル比熱は $\frac{5}{2}R$ である。これより、 ΔU は n_N 、 n_O 、 R 、 ΔT を用いて と表される。 W は p と ΔV から $p\Delta V$ と表されるが、 ΔV は非常に小さいので、近似式3から $p_0\Delta V$ と近似できる。一方、A の全質量 ρV は変化しないので、 ΔV は近似式2と V_0 、 ρ_0 、 $\Delta\rho$ を用いて と表される。これを ΔU と W の関係に代入すると、 ΔT は T_0 、 ρ_0 、 $\Delta\rho$ を用いて と表される。また、 p は と表されるので、 Δp は近似式2と M_A 、 R 、 T_0 、 $\Delta\rho$ を用いて と表される。これより断熱変化における a は であることがわかる。

X 、 Y という量に対して、それぞれの平均値を X_0 、 Y_0 、変化量を ΔX 、 ΔY とする。また、 ΔX は $X - X_0$ と同程度、 ΔY は $Y - Y_0$ と同程度の大きさで、それぞれ X_0 や Y_0 に比べてじゅうぶん小さいとする。このとき、 $Z_1 = cX$ (c は定数)、 $Z_2 = XY$ で求められる量の変化量 ΔZ_1 、 ΔZ_2 と、 $X\Delta Y$ に対して次のような近似ができる。

近似式1: $\Delta Z_1 \approx c\Delta X$, 近似式2: $\Delta Z_2 \approx X_0\Delta Y + Y_0\Delta X$, 近似式3: $X\Delta Y \approx X_0\Delta Y$.

問 上記のシリンダー内での状態変化の考察は、そのままシリンダーの外の空気の状態変化についても適用できる。上で考察した a の値と 15°C の乾燥した空気中を伝わる音の速さが約 340 m/s であることから、音が伝わる時の空気の状態変化は「等温変化」と「断熱変化」のどちらであると考えられるか簡潔な説明をつけて答えよ。ただし、空気中の N_2 と O_2 の物質量の比 $n_N : n_O$ を $4 : 1$ とし、 $M_N = 2.80 \times 10^{-2}\text{ kg/mol}$ 、 $M_O = 3.20 \times 10^{-2}\text{ kg/mol}$ 、 $R = 8.31\text{ J/(K}\cdot\text{mol)}$ 、 $0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$ とする。