令　和　４　年　度
医学部前期入学試験問題

数　　　　学

（時間：120 分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません。

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します。

〔1〕 以下の問いに答えよ。

(1) 10進法における 6^4 を3進法で表せ。

(2) 6^4 以下の自然数の中で，3進法で表したとき，$110_{(3)}$，$2101_{(3)}$ など各位の数字に1がちょうど2回あらわれるような数は何個あるか。

〔2〕 一辺の長さが1の正四面体OABCにおいて，辺ACの中点をDとし，辺OA，OB上にそれぞれ点E，Fをとる。$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ について，$\overrightarrow{\mathrm{OE}}=s\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}=t\vec{b}$ とする。ただし，$0<s<1$，$0<t<1$ である。
また，三角形DEFを含む平面と辺BCとの交点をGとする。以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$，s，t で表せ。

(2) 線分ABを1：3に外分する点が直線EF上にあるとき，t を s で表し，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

(3) (2)の条件の下で，DF = FG であるとき，四角形DEFGの面積を求めよ。

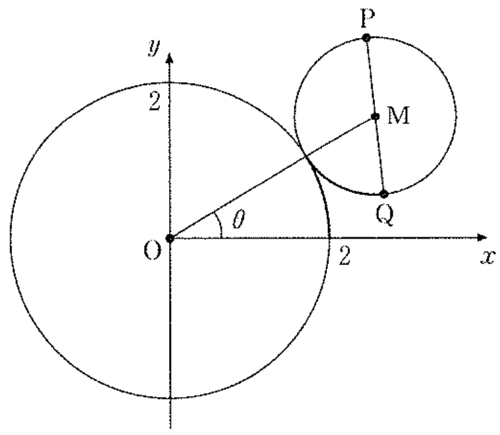
〔3〕 座標平面上に原点Oを中心とする半径2の円があって，半径1の円 C がこの円の周りを外接しながら滑らずに反時計回りに転がるとき，C の円周上の定点Pの描く曲線を考える。はじめ C の中心Mは点$(3,0)$，Pは点$(4,0)$の位置にある。Mが点$(3,0)$から点$(0,3)$まで動くとき，Pが描く曲線を C_{p} とする。また，右下図のように，MとOを結ぶ線分と x 軸の正の向きとのなす角が θ $\left(0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ となる位置に C が移動したときの点Pの座標を$(f(\theta),\ g(\theta))$とする。
以下の問いに答えよ。

(1) 線分PQが円 C の直径となるような C の円周上の点をQとする。
中心Mが右図の位置にあるとき，Qの x 座標と y 座標をそれぞれ θ で表せ。

(2) 曲線の媒介変数表示が，$x=f(\theta)$，$y=g(\theta)$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ で与えられているとき，$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$ を θ の関数として表せ。

(3) 関数 $y=F(x)$ $(0\leqq x\leqq 4)$ のグラフが C_{p} となるとき，関数 $y=F(x)$ $(0\leqq x\leqq 4)$ の増減，極値，グラフの凹凸を調べ，C_{p} の概形を描け。

(4) C_{p} と x 軸，y 軸で囲まれる部分の面積 S を求めよ。



〔4〕 $f(x)$，$g(x)$ は実数全体において微分可能な関数とする。以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ は実数全体において連続であることを示せ。

(2) 実数 a は定数とする。$f(x)$ が $x=a$ で極大であるとき，$f'(a)=0$ であることを示せ。

(3) 積の微分公式 $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ が成り立つことを導関数の定義を用いて示せ。

(4) すべての自然数 n について，第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$，$g^{(n)}(x)$ が存在するものとする。すべての自然数 n と $F(x)=f(x)g(x)$ の第 n 次導関数 $F^{(n)}(x)$ について，次のライプニッツの公式が成り立つことを示せ。

$$F^{(n)}(x)=\sum_{j=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_j f^{(n-j)}(x)g^{(j)}(x) \qquad \cdots\cdots Ⓛ$$

ただし，$f^{(0)}(x)=f(x)$，$g^{(0)}(x)=g(x)$ である。