

令和3年度入学者選抜学力検査問題
〈前期日程〉

理 科
(医学部 医学科)

科 目	頁 数
物理基礎・物理	2 頁 ～ 7 頁
化学基礎・化学	8 頁 ～ 19 頁
生物基礎・生物	20 頁 ～ 27 頁

注 意 事 項 I

この冊子には物理、化学、生物の問題がのっている。そこから2科目を選択し、解答すること。

注 意 事 項 II

- 1 試験開始の合図があるまでこの問題冊子を開いてはいけない。
- 2 試験開始の合図のあとで問題冊子の頁数を確認すること。
- 3 解答にかかる前に必ず受験番号を解答用紙に記入すること。
- 4 解答は必ず解答用紙の所定の欄に記入すること。
所定の欄以外に記入したものは無効である。
- 5 問題冊子は持ち帰ってよい。

(この頁は空白)

物理基礎・物理

1 地表から静止衛星の軌道を越えて続くエレベーターが提案されている。図1はこのエレベーターの概略を示しており、赤道上空を地球の自転の角速度 ω [rad/s] と同じ角速度で円軌道を周回する静止衛星を用いてエレベーターを建設する。

図1(a)に示したように、質量 m [kg] の物体1とその α 倍の質量 $\alpha \times m$ [kg] の物体2が、それぞれ、ケーブル1と2で静止衛星とつながれており、最初、物体1と2は静止衛星と一体になっている。物体1と2を静止衛星から放出し、物体1の円運動の接線方向の速さを減少させ、物体2の円運動の接線方向の速さを増加させ、両者のケーブルを伸ばしていくことで、物体1は地球の中心へ向かう向きに、物体2は地球から遠ざかる向きに移動していく。ただし、ケーブルを伸ばす速さは十分小さいものとする。ケーブルが常にたるむことなく、ケーブルの方向が静止衛星の軌道と直交し、2本のケーブルの張力の大きさが常に等しくなるように、物体1と2の位置を調節する。図1(a)のように、地球の中心から物体1までの距離が r_1 [m] のとき物体2までの距離は r_2 [m] であるとする。このとき、物体1と2は、それぞれ、地球のまわりを半径 r_1 と r_2 で角速度 ω の円運動をしていると考えてよいものとする。

図1(b)に示したように、物体1が地表に達したとき、物体2は半径 R_2 [m] の軌道に到達したとする。物体1を取り外し、ケーブル1の端を地表にしっかり固定すると、地表から半径 R_2 の軌道へつながるケーブルが完成する。エレベーターはこのケーブルに沿って移動する。

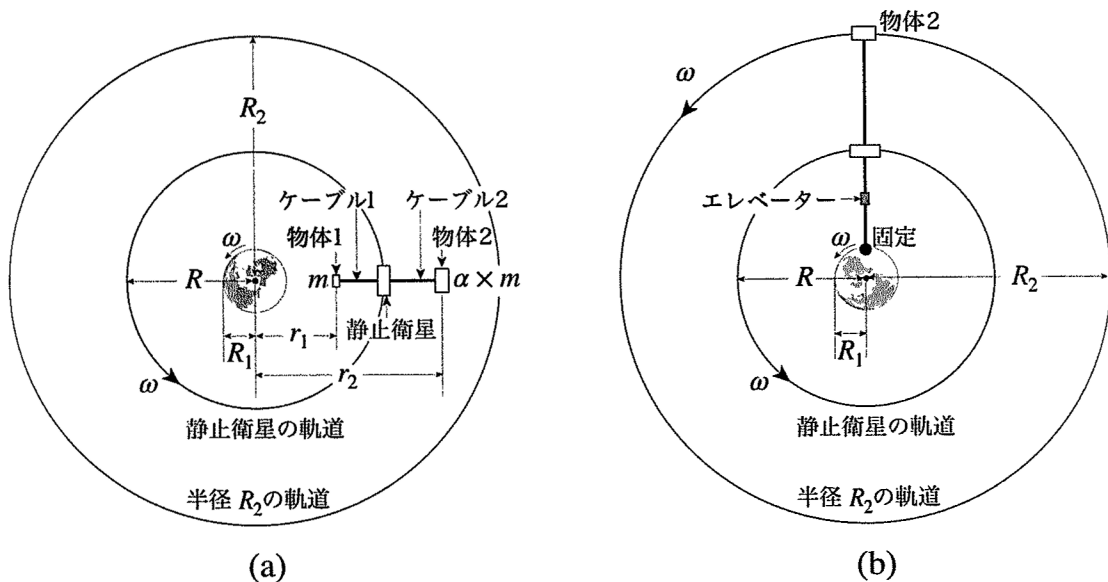


図 1

地球は球であるとし、地球が周囲の物体に及ぼす引力は地球の全質量が地球の中心に集まったときに及ぼす万有引力に等しいとする。また、物体の大きさ、ケーブルの質量、空気抵抗、物体間および物体と静止衛星の間に働く重力による影響は無視でき、地球の公転や他の天体による影響は考えないことにする。以下の問いにおいて、表 1 に示したように、 $R_2 = 1.0 \times 10^8$ m となるような状況を考えることとし、表 1 中の各種定数に関する記号および数値を用いてよい。

問 1 静止衛星の軌道半径 R [m] を、万有引力定数 G [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$]、地球の質量 M [kg]、地球の自転の角速度 ω を用いて表せ。

問 2 ケーブル 1 の端が地表に固定されるまでは、ケーブル 1 と 2 の張力の大きさ $T_1(\geq 0)$ [N] と $T_2(\geq 0)$ [N] は

$$T_1 = G \frac{Mm}{r_1^2} - m\omega^2 r_1, \quad T_2 = -G \frac{M\alpha m}{r_2^2} + \alpha m\omega^2 r_2 \quad (1)$$

となる。2本のケーブルから静止衛星に働く力の総和がゼロであることに注意して、物体 1 が地表 ($r_1 = R_1$)、物体 2 が半径 R_2 の軌道 ($r_2 = R_2$) に達したときについて考察すると、2つの物体の質量比 α は

$$\alpha = \frac{\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 - \frac{R_1}{R}}{-\left(\frac{R}{R_2}\right)^2 + \frac{R_2}{R}} \quad (2)$$

と表すことができる。ケーブル 1 と 2 の張力の大きさが式 (1) となることを説明し、式 (2) を導出せよ。

表 1: R_2 および各種定数に関する記号および数値

半径 R_2	$R_2 = 1.0 \times 10^8$ m
地球の半径	$R_1 = 6.4 \times 10^6$ m
静止衛星の軌道半径	$R = 4.2 \times 10^7$ m
地球の自転の角速度	$\omega = 7.3 \times 10^{-5}$ rad/s
地球の質量	$M = 6.0 \times 10^{24}$ kg
万有引力定数	$G = 6.7 \times 10^{-11}$ $\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$

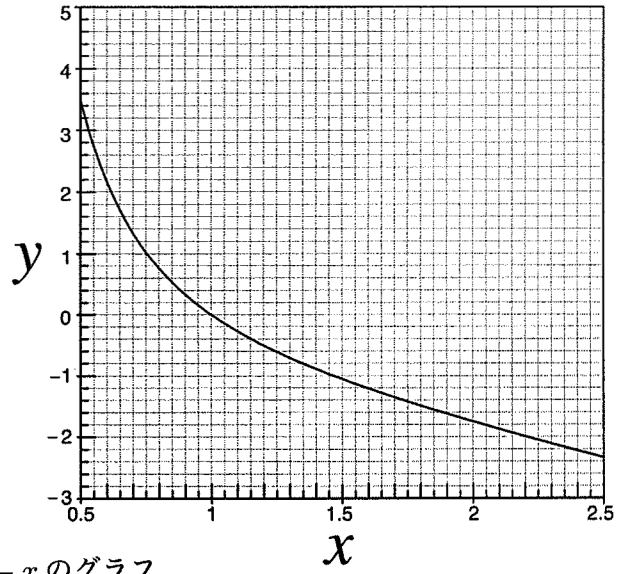
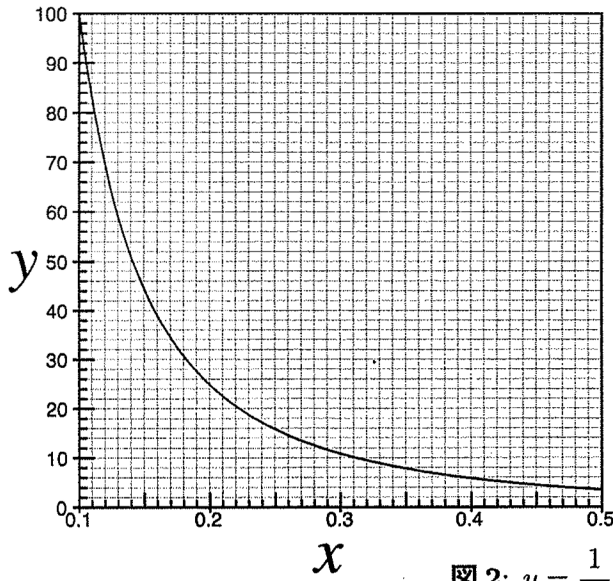
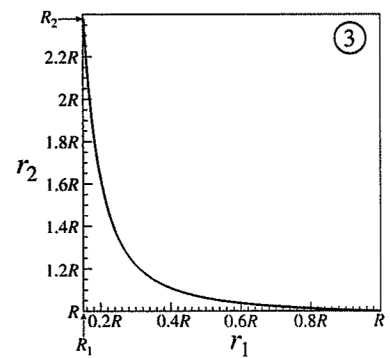
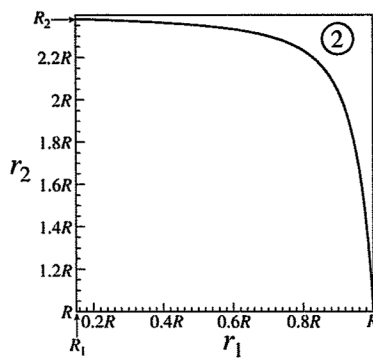
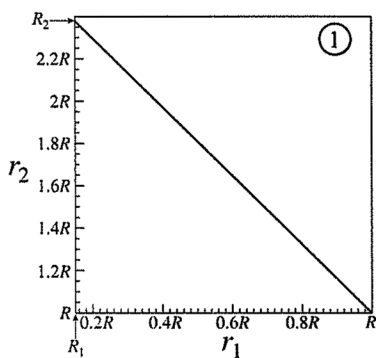


図 2: $y = \frac{1}{x^2} - x$ のグラフ

問 3 問 2 の結果を用いて, 2 つの物体の質量比 α として最も適切な数値を下の選択肢から選び, ①~⑥ の番号で答え, 理由を述べよ。図 2 のグラフから読み取った数値を用いてもよい。

- ① 2 ② 5 ③ 20 ④ 50 ⑤ 200 ⑥ 500

問 4 ケーブルを伸ばしている途中について, 地球の中心から物体 1 までの距離 r_1 と物体 2 までの距離 r_2 の関係として適切なグラフを下の選択肢から選び, ①~③ の番号で答え, 理由を述べよ。



半径 R_2 の軌道を速さ v_2 [m/s] で周回する物体 2 から、質量 m_3 [kg] の物体 3 が静かに切り離されることを考える。切り離される瞬間の物体 3 の速度は物体 2 と同じであるとする。

問 5 半径 R_2 の軌道上で物体 3 が切り離される瞬間について考察すると、物体 3 が持つ力学的エネルギー E [J] は

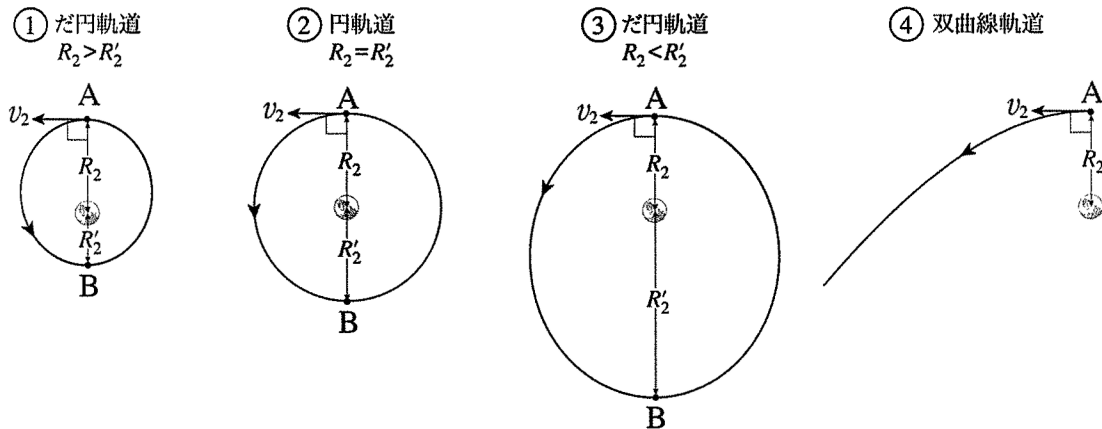
$$E = m_3 R_2^2 \omega^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_2}{R} \right)^2 - \frac{R}{R_2} \right]$$

と表すことができる。この関係式を導出せよ。なお、地球の中心から距離 r [m] の位置にある物体 3 の万有引力による位置エネルギーは、無限遠方の値をゼロとして、 $-G \frac{m_3 M}{r}$ [J] である。

問 6 物体 3 が半径 R_2 の軌道上で切り離された後、物体 3 が描く軌道を下の選択肢から選び、①～④の番号で答え、理由を述べよ。 $\sqrt[3]{2} = 1.26$ を用いてもよい。

選択肢 ①～④ の図において、A は物体 3 が切り離される点を表している。円軌道 ② およびだ円軌道 ① と ③ において、B は地球と A を結ぶ直線と軌道のもうひとつの交点であり、 R'_2 [m] は地球の中心と B の距離である。

なお、だ円軌道と円軌道を飛行する物体は地球から有限な距離の範囲にとどまり、双曲線軌道を飛行する物体は無限遠方に飛び去ることができる。



2 気体を用いた熱機関は、気体による熱の吸収と放出を繰り返して熱を仕事に変換する装置である。装置中の気体の状態を熱機関の場合と逆に変化させていくと、気体に仕事を加えることにより低温の熱源から高温の熱源に熱を移動させる装置（ヒートポンプ）をつくることができる。

以下、ヒートポンプの例として、なめらかに動くピストンのついた容器に単原子分子理想気体 n [mol] を閉じ込め、**図 3** の $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ の順に気体の状態をゆっくり変化させる装置を考える。ピストンおよび容器の熱容量は考えないものとする。**図 3** の横軸は気体の体積 V [m³]、縦軸は気体の圧力 p [Pa] である。過程 $1 \rightarrow 2$ と過程 $3 \rightarrow 4$ は断熱変化である。過程 $2 \rightarrow 3$ と過程 $4 \rightarrow 1$ それぞれにおいて、容器は温度 T_H [K]、 T_L [K] ($T_H > T_L$) の熱源と接触しており、これらの過程は温度 T_H 、 T_L の等温変化となっている。気体定数を R [J/(mol·K)] とし、以下の問いに答えよ。

過程 $1 \rightarrow 2$ 、過程 $2 \rightarrow 3$ それぞれにおいて、気体が外部とやりとりした熱量の大きさを Q_{12} [J]、 Q_{23} [J]、気体の内部エネルギーの変化の大きさを ΔU_{12} [J]、 ΔU_{23} [J]、気体が外部からされた仕事の大きさを W_{12} [J]、 W_{23} [J] とする。

問 1 Q_{12} 、 ΔU_{12} 、 W_{12} を n 、 R 、 T_H 、 T_L の中から必要なものを用いて表せ。

問 2 ΔU_{23} 、 W_{23} を n 、 R 、 T_H 、 T_L 、 Q_{23} の中から必要なものを用いて表せ。

次に、過程 $3 \rightarrow 4$ 、過程 $4 \rightarrow 1$ それぞれにおいて、気体が外部とやりとりした熱量の大きさを Q_{34} [J]、 Q_{41} [J]、気体が外部にした仕事の大きさを W_{34} [J]、 W_{41} [J] とする。**図 3** のサイクルで気体がされた仕事の総量の大きさは W_{in} [J] = $W_{12} + W_{23} - W_{34} - W_{41}$ となる。

問 3 W_{12} と W_{34} の関係式を求めよ。

問 4 W_{in} を Q_{12} 、 Q_{23} 、 Q_{34} 、 Q_{41} の中から 2 つを用いて表せ。

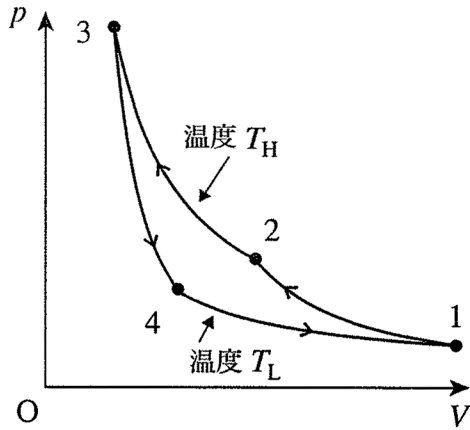


図 3

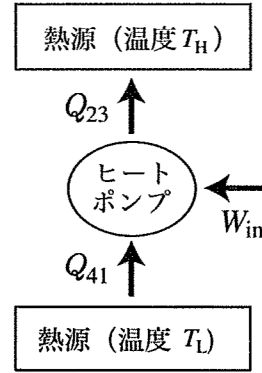


図 4

さて、これまでの考察から、過程 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ は、図 4 のように、気体が外部から W_{in} の仕事をされるとともに、温度 T_L の熱源から Q_{41} の熱量を吸収し、温度 T_H の熱源に Q_{23} の熱量を放出する過程となっていることがわかる。低温の熱源が室内の空気、高温の熱源が室外の空気の場、この過程は冷房に対応する。気体が低温の熱源である室内の空気から吸収した熱量 Q_{41} を、気体がされた仕事 W_{in} で割った量 $c = \frac{Q_{41}}{W_{\text{in}}}$ により、冷房の性能を評価する。以下、必要であれば、等温変化である過程 $2 \rightarrow 3$ 、過程 $4 \rightarrow 1$ について

$$\frac{Q_{23}}{T_H} = \frac{Q_{41}}{T_L}$$

が成り立つことを用いてよい。

問 5 冷房の性能を表す量 c を T_H, T_L を用いて表せ。

問 6 室外の空気の温度を 35.0°C とする。室内の空気の温度が 30.0°C の場合の c の値を c_1 、

25.0°C の場合の c の値を c_2 とし、これらの比 $\frac{c_2}{c_1}$ を有効数字 2 桁で求めよ。ただし、

0°C は 273.15 K である。