



注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後，解答にかかる前に，まず，問題の部分が2ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で4問ある。
4. 試験中に印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせよ。
5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄の中に記せ。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。



(このページは空白)

1 曲線  $C$  が媒介変数  $\theta$  を用いて、 $x = 3 \cos \theta - 4 \sin \theta$ ,  $y = 4 \cos \theta + 3 \sin \theta$  ( $0 < \theta < \frac{3}{2}\pi$ ) と表されている。また、点  $(a, -a)$  を中心とする半径 1 の円  $S$  がある。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $x$  座標,  $y$  座標がともに整数になる  $C$  上の点を求めよ。
- (2)  $S$  と  $C$  が共有点をもつとき,  $a$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $S$  と  $C$  の共有点が存在する範囲を座標平面上に図示せよ。

2  $n$  を 2 以上の自然数とする。さいころを  $n$  回投げて,  $k$  回目に出た目の数を  $a_k$  とする。さらに,  $x_0, x_1, \dots, x_n$  を次の規則により定める。

$$\text{(規則)} \quad x_0 = 0, \quad x_k = \begin{cases} x_{k-1} + a_k & (a_k \text{ が偶数のとき}) \\ x_{k-1} \cdot a_k & (a_k \text{ が奇数のとき}) \end{cases} \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $x_n = 0$  である確率を求めよ。
- (2)  $x_n = 2$  である確率を求めよ。
- (3)  $x_n = 4$  である確率を求めよ。

3

$a > 0$  のとき,  $0 < t < 1$  を満たす定数  $t$  に対して,

$$f(x) = t \log(1+x) - \log(1+a^{1-t}x^t)$$

とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1)  $x > 0$  での  $f(x)$  の最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。
- (2)  $b > 0$  のとき, 不等式  $(1+a)^{1-t}(1+b)^t \geq 1+a^{1-t}b^t$  が成り立つことを示せ。  
また, 等号が成り立つのはどのようなときか。
- (3)  $3^6 - 1 = 728$ ,  $9^6 - 1 = 728 \cdot 730$  である。 $\sqrt[6]{730}$  の小数第 2 位の数を求めよ。

4

座標空間において, 2 点  $A(1, 0, -1)$ ,  $B(1, 2, 1)$  を通る直線  $l$  を  $z$  軸のまわりに 1 回転してできる曲面を  $S$  とする。また, 点  $(0, 1, 1)$  を通り,  $x$  軸を含む平面を  $\alpha$  とする。さらに, 平面  $\alpha$  と曲面  $S$  が交わってできる曲線を  $C$  とする。

一般に, 平面の方程式は  $x, y, z$  の 1 次方程式

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (\text{ただし, } a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$$

で表される。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1)  $l$  と  $xy$  平面の交点を求めよ。
- (2)  $S$  および 2 つの平面  $z = 1$ ,  $z = -1$  で囲まれた部分の体積を求めよ。
- (3)  $C$  上の各点を通り,  $z$  軸に平行な直線と  $xy$  平面の交点の座標を  $(u, v, 0)$  とする。  
 $v$  を  $u$  の式で表せ。





