

令和5年度入学試験問題（前期日程）

数 学 甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)

この冊子には、問題として **1**、**2**、**3**、**4** が出題されている。
全問解答すること。

注 意 事 項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は、必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は、120分である。

受 験 番 号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

1 $a > 0$ とする。座標平面で関数 $y = \frac{1}{x^a}$ のグラフ上の点 $(1, 1)$ における接線が x 軸と交わる点を A 、 y 軸と交わる点を B とし、原点を O とする。三角形 OAB の面積を $S(a)$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $S(a)$ を求めよ。

問2 $S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
小計	

1 解答欄

問1

問2

2 a を実数とし、 $f(x) = xe^{-|x|}$ 、 $g(x) = ax$ とおく。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $f(x)$ の増減を調べ、 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow \infty} xe^{-x} = 0$ は証明なしに用いてよい。

問2 $0 < a < 1$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x)$ で囲まれた2つの部分の面積の和を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
小計	

2 解答欄

問1

問2

3 空間内に4点 $O(0,0,0)$, $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$ をとる。時刻 $t=0$ から $t=1$ まで3点 P , Q , R は次のように動くものとする。

- $t=0$ に3点は点 O を出発する。
- 動点 P は線分 OA 上を速さ1で点 A に向かって動く。
- 動点 Q は線分 OB 上を速さ $\frac{1}{2}$ で点 B に向かって動く。
- 動点 R は線分 OC 上を速さ2で動く。 $t=\frac{1}{2}$ までは点 C へ向かって動き, $t=\frac{1}{2}$ 以後は点 C から点 O に向かって動く。

時刻 t における三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする。次の問いに答えよ。(50点)

問1 $S(t)$ を求めよ。

問2 $S(t)$ を最大にする t の値を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
小計	

3 解答欄

問1

問2

4 1個のさいころを6の目が2回出るまで投げ続ける。 $k = 1, 2, 3, \dots$ に対して p_k を $k+1$ 回目に2回目の6の目が出る確率とすると、次の問いに答えよ。(50点)

問1 p_k を求めよ。

問2 p_k を最大にする k の値を求めよ。

問3 $S_n = \sum_{k=1}^n p_k$ を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

4 解答欄

問 1

問 2

問 3

採 点 欄	
数 学 甲	
1	
2	
3	
4	
小 計	
	受 験 番 号