令和３年度入学試験問題（前期日程）

数　学　甲(数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B)

この冊子には，問題として $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ が出題されている。
全問解答すること。

注　意　事　項

1. 受験番号を所定の欄に記入すること。
2. 解答は，必ず解答欄に記入すること。
3. 解答時間は，120分である。

受　験　番　号

最後のページの受験番号欄にも受験番号を記入すること。

$\boxed{1}$ 関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 7$ を考える。次の問いに答えよ。(50点)

問1　方程式 $f(x) = 0$ を解け。

問2　$f(x)$ が $x = \alpha, \beta$ (ただし $\alpha < \beta$) で極値をとるとき，α と β を求めよ(極値を求める必要はない)。

問3　曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる領域のうち，$\alpha \leqq x \leqq \beta$ を満たす部分の面積を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採　点　欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

1 解答欄

問 1

問 2

問 3

2 数列$\{a_n\}$を

$$a_1=1,\ \ a_{n+1}=2e^{-a_n}-1+a_n\ \ (n=1,2,3,\cdots)$$

によって定める。次の問いに答えよ。ただし，$2<e<3$であることは証明なしに用いてよい。(50点)

問1 $f(x)=e^{-x}-1+x$とする。$0<x<1$のとき，不等式

$$0<f(x)<\frac{2}{3}x$$

が成り立つことを示せ。

問2 $b_n=a_n-\log 2$とする。すべての正の整数nについて$0<b_n<1$となることを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

問3 $\lim_{n\to\infty} a_n$を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

2 解答欄

問1

問2

問3

3 xy 平面上で，極方程式

$$r=\frac{1}{1+\cos\theta}$$

により与えられる曲線 C を考える。次の問いに答えよ。(50 点)

問 1　曲線 C の概形を図示せよ。

問 2　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とし，曲線 C 上の，極座標が (r,θ) である点 P を考える。

点 P における曲線 C の接線の傾きは $-\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ であることを示せ。

問 3　問 2 の点 P から y 軸におろした垂線と y 軸との交点を H，原点を O とする。

∠OPH の二等分線と，点 P における曲線 C の接線は直交することを示せ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採　点　欄	
問 1	
問 2	
問 3	
小計	

3 解答欄

問1

問2

問3

4 袋Aには赤玉が1個と白玉が2個，袋Bには赤玉が3個と白玉が2個入っている。袋Bから玉を2個取り出して袋Aに入れ，よく混ぜてから，袋Aから玉を1個取り出して，色を見てから袋Aに戻す。さらに，よく混ぜてから，もう一度袋Aから玉を1個取り出す。このとき，次の問いに答えよ。(50点)

問1　袋Bに白玉がちょうど1個残っている確率を求めよ。

問2　袋Aから最初に取り出す玉が白玉である確率を求めよ。

問3　袋Aから二度とも白玉を取り出す確率を求めよ。

(解答は次のページの解答欄に記入すること)

採点欄	
問1	
問2	
問3	
小計	

4 **解答欄**

問 1

問 2

問 3

採　点　欄	
数　　学　甲	
1	
2	
3	
4	
小計	

受　験　番　号