令和５年度　入学者選抜試験問題

一般選抜　令和５年１月29日

数　学　(60分)

Ⅰ　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

4，5，6，8，10，11ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

Ⅱ　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受　験　番　号				

獨協医科大学　医学部

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（－，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	解	答	欄										
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

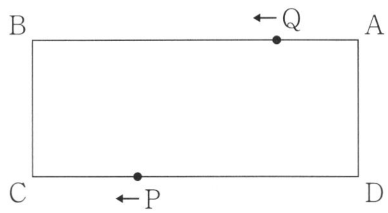
分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解	答	欄										
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e

（問題は次ページから始まる）

1 下の図のような AB ＝ 30cm, AD ＝ 10cm の長方形 ABCD の周上を点 P と点 Q が次のような規則で動く。点 P は頂点 D を出発し頂点 D, C, B, A, D, C, …… の順に周上を回り続ける。点 Q は点 P が頂点 D を出発してから 4 秒後に頂点 A を出発し，頂点 A, B, C, D, A, B, ……の順に周上を回り続ける。点 P と点 Q の周上での速さはそれぞれ毎秒 5cm, 毎秒 4cm である。点 P が頂点 D を出発する時刻を時刻 0 秒とする。



(1) 点 P が x 回目に頂点 C に到達する時刻は

$\boxed{\text{アイ}}\,x - \boxed{\text{ウエ}}$ (秒)

である。また，点 Q が y 回目に頂点 C に到達する時刻は

$\boxed{\text{オカ}}\,y - \boxed{\text{キ}}$ (秒)

である。

(2) ある時刻で点 P と点 Q が頂点 C 上でちょうど互いにすれ違っているとする。2 点 P, Q が動きはじめてからその時刻に頂点 C へ到達するのは，それぞれちょうど a 回目，b 回目であった。このとき

$\boxed{\text{ク}}\,a - \boxed{\text{ケ}}\,b = 1$

が成立する。

(3) 点 P，Q が 1 回目に頂点 C で互いにすれ違うのは時刻 $\boxed{\text{コサ}}$ 秒であり，6 回目に頂点 C で互いにすれ違うのは時刻 $\boxed{\text{シスセ}}$ 秒である。

また，点 P，Q は 1 回目に頂点 C で互いにすれ違ってから，それぞれ長方形 ABCD を $\boxed{\text{ソ}}$ 周，$\boxed{\text{タ}}$ 周するたびに頂点 C で互いにすれ違う。

$\boxed{2}$ 正の数からなる数列 $\{a_n\}$ は，すべての正の整数 n について

$$\log_2(a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \cdots\cdots \cdot a_n) = -2n^3 + 49 + \log_2 {a_n}^2$$

を満たしている。

$\log_{10}2 = 0.3010$，$\log_{10}3 = 0.4771$ とする。

(1) $b_n = \log_2 a_n$ とおくとき，b_{n+1} を b_n を用いて表すと

$$b_{n+1} = \boxed{ア}\,b_n + \boxed{イ}\,n^2 + \boxed{ウ}\,n + \boxed{エ} \quad \cdots\cdots ①$$

である。

$f(n) = \alpha n^2 + \beta n + \gamma$ (α，β，γ は定数）とする。

$$f(n+1) = \boxed{ア}\,f(n) + \boxed{イ}\,n^2 + \boxed{ウ}\,n + \boxed{エ} \quad \cdots\cdots ②$$

が n についての恒等式となるような α，β，γ の値を求めると

$$\alpha = -\boxed{オ}, \quad \beta = -\boxed{カキ}, \quad \gamma = -\boxed{クケ}$$

である。

① − ② より，数列 $\{b_n - f(n)\}$ は等比数列になる。よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n は

$$b_n = \boxed{コ} \cdot \boxed{サ}^{\,n-\boxed{シ}} - \boxed{オ}\,n^2 - \boxed{カキ}\,n - \boxed{クケ}$$

となる。

(2) b_n が最小となる n の値は

$$n = \boxed{ス}, \boxed{セ} \left(ただし，\boxed{ス} < \boxed{セ}\right)$$

である。

また，a_n の最小値は $2^{\boxed{ソタチツ}}$ であり，$2^{\boxed{ソタチツ}}$ を小数で表したとき，小数第 $\boxed{テト}$ 位に初めて 0 でない数 $\boxed{ナ}$ が現れる。

(下　書　き　用　紙)

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ iを虚数単位とする。複素数zに対して$w=\dfrac{z-3i}{i(z-4)}$とおく。

(1) 複素数平面において，wが実数となる点zの描く図形は，中心が

点$\boxed{\text{ア}}+\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}i$，半径$\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$の円である。この円を$C_1$とする。

(2) 複素数平面において，$|w+1|=2$を満たすような点zの描く図形は，中心が

点$\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}-\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}i$，半径$\boxed{\text{コ}}$の円である。この円を$C_2$とする。

(3) 点zが(2)のC_2全体を動くとき，複素数αに対して，点$z+\alpha$が描く図形をC_3とする。(1)のC_1とC_3が共有点をもたないのは，点αが

点$\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}+\boxed{\text{セ}}\,i$を中心とする半径$\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$の円の内部，または

点$\dfrac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テ}}}+\boxed{\text{ト}}\,i$を中心とする半径$\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$の円の外部

にあるときである。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

4 Oを原点とする座標空間内に，底面の円の半径が1で高さが1の円柱

$$C : x^2 + y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq 1$$

がある。xy 平面上の直線 $y = -\dfrac{1}{2}$ $(z = 0)$ を含み，点 $(0,\ 1,\ 1)$ を通る平面を α とする。平面 α で円柱 C を2つの立体に分けるとき，点 $(0,\ 1,\ 0)$ を含む方の立体を K とする。また，円柱 C の側面と平面 α との交線（円柱 C の側面と平面 α との共通部分）を L とする。

曲線 L 上に点Pをとる。円 $x^2 + y^2 = 1$ $(z = 0)$ 上の点Qを線分PQが xy 平面に垂直となるような点とする。ただし，点Pが xy 平面上にあるときは，点Qは点Pと同じ点であるとする。点Pの y 座標が t であるとき，線分PQの長さを t を用いて表すと

$$\mathrm{PQ} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}t + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

(1) 立体 K の平面 $y = t$ $\left(-\dfrac{1}{2} \leqq t \leqq 1\right)$ による切断面の面積を $S(t)$ とすると

$$S(t) = \left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}t + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\right)\sqrt{\boxed{\text{ケ}} - t^{\boxed{\text{コ}}}}$$

であり，立体 K の体積を V とすると

$$V = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\pi$$

である。

(2)　A$\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ -\dfrac{1}{2},\ 0\right)$とし，円 $x^2+y^2=1\ (z=0)$ の $y \geqq -\dfrac{1}{2}$ の部分における弧 AQ の長さを θ とする。このとき，線分 PQ の長さを θ を用いて表すと

$$\mathrm{PQ}=\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\sin\left(\theta-\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\pi\right)+\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

したがって，円柱の側面のうち，円 $x^2+y^2=1\ (z=0)$ の $y \geqq -\dfrac{1}{2}$ の部分と L で囲まれた部分の面積を W とすると

$$W=\frac{\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}}{\boxed{\text{ヌ}}}+\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\pi$$

である。