令和５年度　入学者選抜試験問題

一般選抜　令和５年１月28日

数　学 （60分）

Ⅰ　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

4，6，8，10，11ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

Ⅱ　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受　験　番　号				

獨協医科大学　医学部

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（－，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1 $\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2 $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e

（問題は次ページから始まる）

$\boxed{1}$ 袋の中に赤玉3個と白玉3個が入っており，袋の外に白玉がたくさんある。この袋の中から1個の玉を取り出して色を確認し，赤玉ならその玉の代わりに袋の外の白玉を1つ袋に入れ，白玉ならその玉を袋に戻す。

この操作を繰り返し，袋の中の玉がすべて白玉になるか，または白玉を取り出した回数の合計が2回になったところで操作を終了する。

(1) 2個目の玉を取り出したところで操作が終了となる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

3個目の玉を取り出したところで操作が終了となる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

(2) 4個目の玉を取り出し，かつその玉が3個目の赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$ である。

(3) 4個目の玉を取り出し操作が終了となったとき，白玉が袋から連続して取り出されている条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ケコ}}{\boxed{サシ}}$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{2}$ xy 平面上の楕円 C： $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ は円 $x^2+y^2=r^2\ (r>0)$ を x 軸をもとにして y 軸方向に $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 倍したものである。C の 2 つの焦点のうち，x 座標が負であるものを $\mathrm{F_1}$，正であるものを $\mathrm{F_2}$ とする。また C と y 軸との 2 つの交点のうち，y 座標が負であるものを A とするとき，$\mathrm{F_1A}=2\sqrt{5}$ が成り立っている。

このとき，$r=\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ であり，$\mathrm{F_1}$ の座標は $\left(-\sqrt{\boxed{\text{ウ}}},\ 0\right)$ である。

(1) 直線 $\mathrm{F_1A}$ に平行な楕円 C の接線のうち，y 切片が正であるものを ℓ とすると，ℓ の方程式は $y=-\sqrt{\boxed{\text{エ}}}\,x+\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

また，P を楕円 C 上の点とするとき，三角形 $\mathrm{F_1AP}$ の面積の最大値は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\left(\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}+1\right)}{2}$$

であり，このとき点 P の x 座標は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(2) Q を楕円 C 上の第 1 象限の点とする。三角形 $\mathrm{QF_1F_2}$ の内心を I とし，点 Q，点 I の y 座標をそれぞれ y_{Q}，y_{I} とするとき

$$y_{\mathrm{Q}}=\boxed{\text{サ}}\,y_{\mathrm{I}}$$

が成り立つ。

また，点 $(0,\ y_{\mathrm{Q}})$ を焦点，直線 $y=y_{\mathrm{I}}$ を準線とする放物線が点 Q を通るとき

$$y_{\mathrm{Q}}=\frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ 空間内に平行四辺形 ABCD を底面とする四角錐 O−ABCD があり，平行四辺形 ABCD は $AC = \sqrt{61}$，$BD = \sqrt{21}$ を満たしている。また，線分 AC と線分 BD の交点を H とすると，直線 OH は平面 ABC に垂直で

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC} = -\frac{1}{2},\ \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD} = \frac{19}{2},\ \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = \frac{25}{2}$$

が成り立っている。このとき

$$OA = \sqrt{\boxed{アイ}},\ OB = \boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}},\ \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC} = \boxed{オカ}$$

である。

(1) $AB = \boxed{キ}$，$BC = \boxed{ク}$ である。

また，平行四辺形 ABCD の面積を S とすると，$S = \boxed{ケコ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。

(2) 線分 OA の中点を P，線分 OB を 3 : 1 に内分する点を Q，線分 OD を 1 : 3 に内分する点を R とし，平面 PQR と直線 OC の交点を T とする。$\overrightarrow{OT}$ を $\overrightarrow{OC}$ を用いて表すと $\overrightarrow{OT} = \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{スセ}}\overrightarrow{OC}$ である。線分 PT と線分 QR の交点を U とするとき，$\overrightarrow{OU}$ を $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OC}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{OU} = \frac{\boxed{ソ}}{\boxed{タチ}}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC})$$

である。

また，$\overrightarrow{UO}\cdot\overrightarrow{UD} = w_1$，$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{OA} = w_2$ とするとき

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\boxed{ツテト}}{\boxed{ナニ}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ n を正の整数とする。関数 $f_n(x)$ を

$$f_1(x) = \cos x,$$

$$f_{n+1}(x) = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x(\sin x - \sin t) f_n(t)\, dt \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

で定める。

(1) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を

$$a_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} f_n(t)\, dt, \quad b_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin t) f_n(t)\, dt$$

によって定義すると

$$a_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}},\ b_1 = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}},$$

$$a_{n+1} = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} a_n - \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}} b_n,$$

$$b_{n+1} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} a_n - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} b_n$$

である。よって

$$a_{n+2} = -\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}} a_n$$

が成り立つ。

(2) n が奇数のとき

$$f_n(x) = \left(-\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}\right)^{\boxed{\text{テ}}} \cos x$$

であり，n が偶数のとき

$$f_n(x) = \left(-\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}\right)^{\boxed{\text{ト}}} \left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} \sin 2x - \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \cos x\right)$$

である。

ただし，$\boxed{\text{テ}}$，$\boxed{\text{ト}}$ にはそれぞれ最も適切なものを次の⓪から⑦のうちから選べ。

⓪ $n-2$　① $n-1$　② n　③ $n+1$

④ $\dfrac{n}{2}-1$　⑤ $\dfrac{n-1}{2}$　⑥ $\dfrac{n}{2}$　⑦ $\dfrac{n+1}{2}$