

数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙の2箇所受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 a を実数とし、座標空間の点 $P_1(a, 0, 0)$, $P_2(a+1, 0, 0)$, $Q(0, 1, 0)$, $R(0, 0, 3)$ を考える。 G_1, G_2 をそれぞれ $\triangle P_1QR, \triangle P_2QR$ の重心とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) P_1, P_2 を通る直線と、 G_1, G_2 を通る直線は平行であることを示せ。

(問 2) 四角形 $P_1P_2G_2G_1$ の面積を求めよ。

(問 3) 四角形 $P_1P_2G_2G_1$ を底面とする四角錐 $Q-P_1P_2G_2G_1$ の体積を求めよ。

2 関数 $f(x) = \sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi x}{2}}$ について、以下の問いに答えよ。

(問 1) $f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) の最大値を求めよ。

(問 2) $0 \leq x \leq 1$ において、 $f(x) \geq \sqrt{2}x$ となることを示せ。

(問 3) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_0^1 \{f(x)\}^n dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ の値を求めよ。ただし、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1)}{n} = 0$ を用いてよい。

3 p を正の実数とする。曲線 $y = \sin x (x > 0)$ の接線で点 $(-p, 0)$ を通るものをすべて考え、それらの接点の x 座標を小さい方から順に $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(問 1) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $\tan a_n = a_n + p$ が成り立つことを示せ。

(問 2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $a_{n+1} - a_n > \pi$ が成り立つことを示せ。

(問 3) $a_1 = \frac{\pi}{3}$ のとき、 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 $\tan a_{n+1} > n\pi + \sqrt{3}$ が成り立つことを示せ。

4 以下の問いに答えよ。

(問 1) $m \leq n$ であって、 $mn + 2 = {}_{m+n}C_m$ を満たす正の整数の組 (m, n) を 1 つ求めよ。

(問 2) $m \leq n$ であって、 $mn + 2 = {}_{m+n}C_m$ を満たす正の整数の組 (m, n) は、(問 1) で求めた組に限ることを示せ。



7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30