

# 滋賀医科大学

令和4年度

医学科一般選抜(前期日程)

問題冊子

## 理 科

物	理	1 ページ～7 ページ
化	学	9 ページ～14 ページ
生	物	15 ページ～24 ページ

### (注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか 24 ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理、化学、生物のうち2科目を選択し、選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は、試験開始 120 分後に監督者が回収するので、大きく×印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は 150 分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

物 理 (3問題)

I 以下の文中の  に入る適当な式を記入し、設問に答えよ。(配点 33)

問⑤の解答にあたり、以下の関係式を用いてよい。

$$\cos \theta_{n+1} = \cos(\theta_n + \Delta\theta)$$

$$\cos 3\theta_{n+1} = \cos(3\theta_n + 3\Delta\theta)$$

(a) 容器に入れられた水が静止している。鉛直上方を  $z$  軸の正方向、水の表面を  $z = 0$  とし、図 1 (横から見た図) のように、水中に位置が  $z (< 0)$  と  $z + \Delta z$  の間のわずかな高さ  $\Delta z$  で断面が面積  $A$  の微小な直方体を考えると、内部では重力、また表面は外部から圧力(水圧)  $p$  を垂直に受け、力のつりあいが成立している。水平方向での力のつりあいから、水平方向に位置がずれても

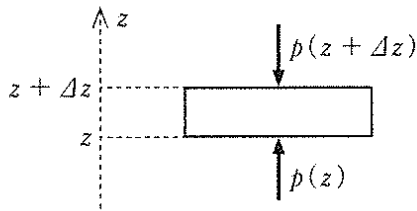


図 1

$p$  は変化しないことがわかる。これより水圧は水平な面上では同じ値であり、鉛直方向の位置  $z$  だけで  $p(z)$  と書ける。鉛直方向の力のつりあいは  $A$ 、 $p(z)$ 、 $p(z + \Delta z)$  と重力加速度の大きさ  $g$ 、水の密度  $\rho_f$  を用いて  ① と表される。これは圧力差  $\Delta p = p(z + \Delta z) - p(z)$  に関して、 $\frac{\Delta p}{\Delta z} =$   ② (1) と書き改められる。 $p(z)$  は、

$z = 0$  で大気圧  $p_0$  であり、問②の結果が定数なので、式(1)より  $p_0$ 、 $g$ 、 $\rho_f$ 、 $z$  を用いて  $p(z) =$   ③ (2) となる。

水中にある球形の物体(半径  $R$ ) に作用する水圧による力を求める。鉛直方向に関して、球の中心  $O$  の位置を  $z_1$  とする。球面上の位置が  $z$  の点  $P$  の、点  $O$  から見た位置  $z'$  は  $z' = z - z_1$  である。式(2)より、点  $P$  での水圧は点  $O$  での値  $p(z_1)$  と  $z'$  に比例する項  $p'$  の和である。球面が一定の圧力  $p(z_1)$  を受けるとき、対称性から球面全体では力は 0 になる。一方、 $p'$  からの寄与は上半球面と下半球面で等しいことがわかっているので、上半球面で  $p'$  だけを考慮して力(浮力)を求めることができる。

点  $O$  を原点とし、改めて鉛直上方に  $z'$  軸をとり、また水平面内の一直線を  $x$  軸とすると、 $z'x$  面は鉛直面で、 $z'x$  面で切った球の断面  $S$  は半径  $R$  の円である。円周上の点と原点を結ぶ直線が  $z'$  軸となす角度を  $\theta$  とし  $z' = R \cos \theta$  であり、上半球面では  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$  である。この領域を、 $N$  を十分大きな正の整数として、 $N$  個の区間に分割する。 $n$  番目の分割点は、両端も含め、 $\theta_n = n\Delta\theta$ 、 $\Delta\theta = \frac{\pi}{2N}$  となる ( $n = 0 \sim N$ )。図 2 のように、断面  $S$  の円周上で  $\theta_n$  から  $\Delta\theta$  の部分の長さ  $R\Delta\theta$  の円弧(弦)を、 $z'$  軸の周りに回転させると球面上に幅  $R\Delta\theta$  の帯ができ、これによって上半球面は微小な  $N$  個の帯に分割される。帯にはたらく力の水平方向の成分は対称性から 0 である(この結果、球面全体でも水平方向の力は 0 となる)。 $n$  番目の帯にはたらく力の鉛直方向の成分  $\Delta f_n$  は  $R$ 、 $\rho_f$ 、 $g$  を用いて  $\Delta f_n =$   ④  $\times \sin \theta_n \cos^2 \theta_n \Delta\theta$  (3) と表される。上半球面にはたらく力は  $N$  個の帯にはたらく力の和であり、その鉛直成分  $f$  は  $f = \sum_{n=0}^{N-1} \Delta f_n$  である。ところで、公式  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$  において

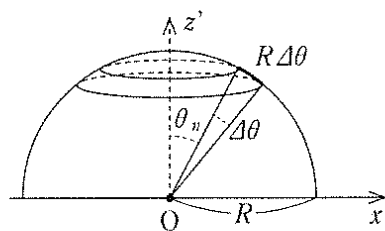


図 2

— 1 —

$\alpha = \beta = \theta_n$ , また  $\alpha = 2\theta_n$ ,  $\beta = \pm\theta_n$  として得られる式を式(3)で利用すると,  $\sin\theta_n \cos^2\theta_n$  は  $\sin\theta_n$  および  $\sin 3\theta_n$  を用いて書き換えられる。さらに, わずかな角度  $\varepsilon$  に対して成り立つ近似式  $\cos(\theta + \varepsilon) = \cos\theta - \varepsilon \sin\theta$  を  $\varepsilon = \Delta\theta$ ,  $\theta = \theta_n$ , および  $\varepsilon = 3\Delta\theta$ ,  $\theta = 3\theta_n$  として利用すると, 三角関数の  $\theta_{n+1}$  と  $\theta_n$  での値の差として  $\sin\theta_n \cos^2\theta_n \Delta\theta = \text{⑤}$  と表すことができる。この結果から直ちに  $f$  が求められ, 球にはたらく浮力  $F_b$  は  $f$  の2倍なので,  $R$ ,  $\rho_f$ ,  $g$  などを用いて  $F_b = \text{⑥}$  となる。

(b) 図3のように, 溶液が入った細長い円筒状の容器を, 鉛直方向の回転軸の周りに一定の角速度  $\omega$  で水平に高速回転させたときの溶液中の圧力を考える。回転軸に近い容器の端は回転軸から距離  $r_0$  で, そこでの圧力は大気圧  $p_0$  に等しいとする。

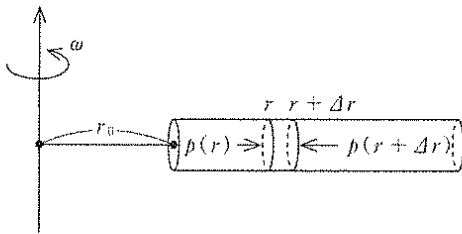


図3

回転軸の周りに容器と同じ角速度で回転する観測者から見ると, 溶液は静止している。高速回転のため重力の影響は無視できるとすると, 回転軸から距離  $r$  の各点での溶液の圧力は等しく,  $r$  だけで決まり,  $p(r)$  と書ける。この場合, 圧力による力と回転による遠心力がつり合っていて, 距離  $r$  とわずかに  $\Delta r$  だけ異なる

距離  $r + \Delta r$  の範囲にある部分において, 圧力差を  $\Delta p = p(r + \Delta r) - p(r)$  とすると,  $\frac{\Delta p}{\Delta r} = cr$  (4) と書き表される。定数  $c$  は溶液の密度  $\rho_f$  を用いて,  $c = \text{⑦}$  である。

回転軸からの距離  $r$  の点は, 容器の端から  $x = r - r_0$  の距離の位置にある。以下では,  $x$  は  $r_0$  に比べて十分小さいとする。この状況では式(4)の右辺で  $r$  を定数  $r_0$  と近似してよく, そうすることによって見通しがよくなる。それは,  $p(r)$  を容器の端からの位置  $x$  での圧力として改めて  $p(x)$  と記したとき,  $p(x)$  が  $r_0$ ,  $x$ ,  $p_0$ ,  $\rho_f$ ,  $\omega$  を用いて  $p(x) = \text{⑧}$  と表され, (a)での式(2)の水圧と同じ形で,  $z$  を  $x$  に置き換えたにすぎないからである。

さて, 密度  $\rho_f$  の溶液の中に体積  $V$ , 密度  $\rho$  で非常に小さい球形の粒子(微粒子)が浮遊しているとす。微粒子にはたらく力  $F$  は, 回転軸に向かう方向を正方向として  $V$ ,  $\rho$ ,  $r_0$ ,  $\rho_f$ ,  $\omega$  を用いて表すと,  $F = \text{⑨}$  となる。

問1 溶液の密度が一定でなく  $\rho_f(x) = \rho_0(1 + \frac{x}{a})$  で与えられているとする( $\rho_0$ ,  $a$  は正の定数)。 $\rho$  が  $\rho_0$  より大きい( $\rho > \rho_0$ )とき, 微粒子は溶液の中でどのような振る舞いをするのか, 簡潔に述べよ。なお, 容器は十分長いとする。

溶液中の圧力は式(4)で近似的な取り扱いをしなくても求めることができる。一つの方法として,  $c$  を  $-g$ ,  $r$  を時刻  $t$ ,  $p$  を物体の鉛直方向の位置  $z$  に置き換えてみよう( $z$  軸の正の向きは鉛直上方向)。すると, これは落下する物体の速度を表す式に他ならない。時刻  $t_0$  で位置が  $z_0$ , 速度が  $-gt_0$  の場合の,  $z$  と  $t$  の間の関係はよく知られている。そこで  $t_0$ ,  $z_0$  をそれぞれ  $r_0$ ,  $p_0$  にするなど, 置き換えを元に戻せば,  $p = p(r)$  が得られる。それは  $\rho_f$ ,  $\omega$ ,  $r_0$ ,  $p_0$ ,  $r$  を用いて表され,  $p(r) = \text{⑩}$  である。問⑩の結果は上で考えた状況のもとでは問⑧の結果に帰することは容易に示される。

II 以下の文中の  に入る適当な式を、{  }に入る適当な記号を記入し、設問に答えよ。(配点 34)

滑らかに動くピストンで仕切られたシリンダ内に閉じ込められた理想気体を考える。外部と、熱や仕事としてエネルギーをやり取りすることにより、理想気体の状態は変化する。本問では、1 mol の理想気体のいくつかの状態変化にともなうエネルギーのやり取りについて、 $P$ - $V$  図を用いて考察する。気体定数を  $R$ 、定積モル比熱を  $C_V$ 、定圧モル比熱を  $C_P$  とする。

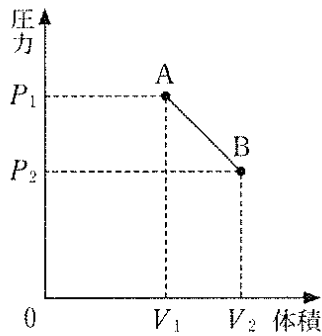


図 1

まず、理想気体の状態変化が  $P$ - $V$  図上で直線として表される場合に着目する。そのような例としては、定積変化や定圧変化があるが、ここでは絶対温度が等しい 2 つの状態間の変化が  $P$ - $V$  図上で直線として表される場合を取り上げる。

図 1 に示すように、状態 A から状態 B への理想気体の変化が直線 AB で表される場合を考える。状態 A、B の絶対温度は等しく  $T_1$  である。また図 1 より、状態 A の圧力は  $P_1$ 、体積は  $V_1$ 、状態 B の圧力は  $P_2$ 、体積は  $V_2$  である。この状態変化にともない、理想気体が外部にする仕事を  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $V_1$ 、 $V_2$  を用いて表すと  ① と書ける。この仕事を、 $T_1$ 、 $V_1$ 、 $V_2$  を用いて表すと  ② となる。なお、状態 B から状態 A に変化する場合、理想気体が外部にする仕事は問②の結果と大きさが同じで符号が異なる。

次に、絶対温度が等しい状態間の直線で表される変化と、等積変化を組み合わせたサイクルを考える。図 2 に示す  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  のサイクルは、図 1 の絶対温度が  $T_1$  の状態 A、B 間の直線で表される変化に、絶対温度が  $T_2$  の 2 つの状態 C、D 間の直線で表される変化と、状態  $B \rightarrow C$  および状態  $D \rightarrow A$  の 2 つの等積変化を組み合わせたサイクルである。

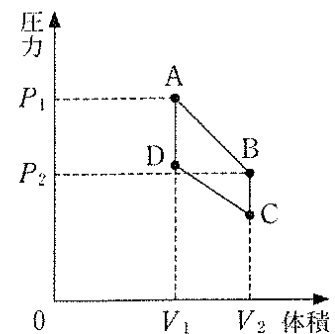


図 2

問 1 図 2 のサイクルで理想気体が外部にする仕事を  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $V_1$ 、 $V_2$  を用いて表せ。求め方や計算過程を書くこと。

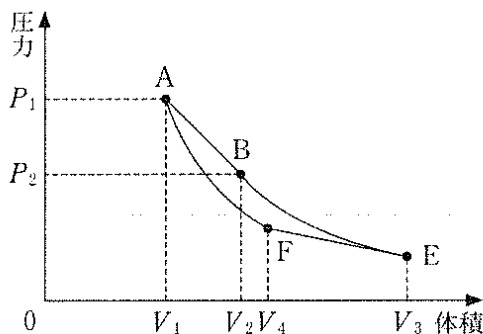


図 3

今度は、図 3 に示す  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$  のサイクルを考える。これは、図 1 の直線 AB で表される変化に、絶対温度が  $T_2$  の 2 つの状態 E、F 間の直線で表される変化と、状態  $B \rightarrow E$  および状態  $F \rightarrow A$  の 2 つの断熱変化を組み合わせたものである。

状態  $B \rightarrow E$  の断熱変化にともない、理想気体が外部にする仕事は、 ③ と書ける。

理想気体の断熱変化では、圧力  $P$  と体積  $V$  との間に

$$PV^\gamma = \text{断熱線(断熱変化を表す曲線)ごとに決まる定数} \quad (1)$$

という関係がある。ここで、 $\gamma$  は  $C_V$  と  $C_P$  を用いて ④ と表される定数である。式(1)を状態  $B \rightarrow E$  の断熱変化に適用すると、 $T_1, T_2, V_2, V_3$  に成り立つ関係は、 $\gamma$  を用いて ⑤ と表される。式(1)を状態  $F \rightarrow A$  の断熱変化に適用すると、 $T_1, T_2, V_1, V_2$  について問⑤の結果と同様の式が得られる。得られた2つの式より、 $V_1, V_2, V_3, V_4$  の4つの変数の関係式 ⑥ が得られる。

図3のサイクルで理想気体が外部にする仕事は、問②、問③の結果の和に、直線  $EF$  で表される状態変化、ならびに状態  $F \rightarrow A$  の断熱変化において理想気体が外部にする仕事を加えたものである。ここで、直線  $EF$  で表される状態変化で理想気体が外部にする仕事は  $T_2, V_3, V_4$  を用いて表されるが、問⑥の関係式を使うと、その仕事を  $T_2, V_1, V_2$  を用いて表すことができる。この点に注意して、図3のサイクルで理想気体が外部にする仕事を  $T_1, T_2, V_1, V_2$  を用いて表すと ⑦ と書ける。

さて、図4に示すように、状態  $A, B$  を表す点は絶対温度  $T_1$  の等温線(温度一定の曲線)上にある。これより、状態  $A$  から状態  $B$  への変化が直線  $AB$  で表される場合、その変化の間に理想気体の内部エネルギーは(⑧ ア. 変化しない イ. 増加する ウ. 減少する エ. 増加したのち減少する オ. 減少したのち増加する)ことがわかる。

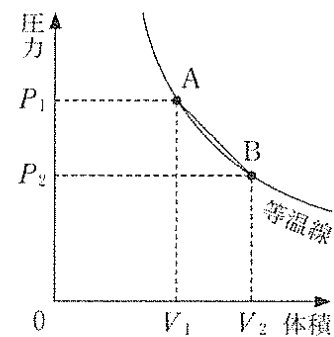


図4

ところで、理想気体が外部から加熱されて、圧力と体積が微小な変化をし、それぞれ  $P, V$  から  $P + \Delta P, V + \Delta V$  になる場合、

$$\frac{\Delta P}{\Delta V} > \gamma \frac{P}{V} \quad (2)$$

という関係式が成り立たなければならない。これより、直線  $AB$  で表される状態変化では、状態  $B$  において式(2)が成り立てば、理想気体は常に加熱される。その場合、 $\frac{\Delta P}{\Delta V}$  は直線  $AB$  の傾きに等しくなることに注意して、 $V_1, V_2$  に成り立つ関係式を  $\gamma$  を用いて表すと ⑨ と書ける。なお、問⑨の条件が満たされると、図2の直線  $CD$  で表される状態変化、および図3の直線  $EF$  で表される状態変化では、理想気体は常に外部から冷却される。

以下では、問⑨の条件が満たされる場合について、図2、図3のサイクルを熱機関とみなしたときの熱効率を考えよう。

問2 図3のサイクルの熱効率を求めよ。求め方や計算過程を書き、答はなるべく簡潔に表すこと。

問3 図2と図3のサイクルではどちらが熱効率がよいか、理由を付して述べよ。

Ⅲ 以下の文中の  に入る適当な式を、{  }に入る適当な記号を記入し、設問に答えよ。(配点 33)

荷電粒子を電場や磁場により加速させる装置を加速器という。以下では、代表的な加速器であるサイクロトロンとシンクロトロンによる荷電粒子の加速について考える。

(a) 図1はサイクロトロンの原理を示す立体図(左)と平面図(右)である。真空中に半径  $R_0$  の半円形で薄い中空の2つの電極  $D_1$ ,  $D_2$  が、 $R_0$  に比べ十分小さい距離  $d$  だけ離して置いてある。半円電極  $D_1$ ,  $D_2$  間の電圧は  $V$  で、その大きさは一定であるが、正負が反転できるようになっている。この半円電極に垂直上向きに磁束密度  $B_0$  の一様磁場がかけられている。電極間の電場は一様かつ均一であり磁場はないとする。この装置で荷電粒子が加速されるしくみについて考える。重力は無視する。

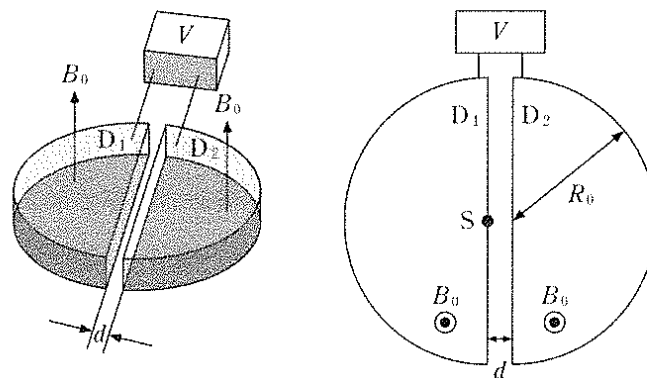


図1

まず、 $D_1$  が正極、 $D_2$  が負極となるように電圧  $V$  をかけた状態で、 $D_1$  の半円の中心付近に置いたイオン源  $S$  から、質量  $m$ 、電荷  $q (> 0)$  の荷電粒子が初速度 0 で供給される。荷電粒子は電極  $D_2$  に向かって加速され、速さ  ① で  $D_2$  の空洞内に入る。磁場によってローレンツ力を受け、これを向心力として、荷電粒子は等速で半径  ② の円軌道を半周描いた後、電極の直線部に到達し  $D_2$  を出る。なお、荷電粒子の運動は、図1(右)の紙面表から見て{③ ア、時計回り イ、反時計回り}である。

荷電粒子が電極  $D_2$  内にいる時間  $T_0$  は、 ④ である。この間に電極間電圧を反転させ、 $D_1$  が負極、 $D_2$  が正極となるように電圧  $V$  をかけると、荷電粒子は電極間を通過するときに再び加速され、 $D_1$  の空洞内に入り等速円運動を始める。荷電粒子が半周するのに要する時間は速さによらないので、時間間隔  $T_0$  で電圧の向きを変えるようにすれば、荷電粒子をつづけて加速できる。ただし、両電極間を通過する時間は  $T_0$  に比べて十分短いとする。この電圧の反転を繰り返すことによって荷電粒子は加速され、円軌道の半径は次第に大きくなる。この円軌道が半円電極内にある場合で、軌道半径が  $R (R < R_0)$  になったとき、荷電粒子の速さは

⑤, 荷電粒子がもつエネルギーは ⑥ になる。このときまでに電極間で加速された回数  $N$  は, ⑦ と求められる。

一定の磁束密度  $B_0$  のもとで  $N$  回加速して軌道半径が  $R$  になった後,  $R$  を一定に保ったまま荷電粒子を加速してから取り出したい。そのためには磁場と時間間隔を変動させる必要がある。

問 1  $B_0$  のもとで  $N$  回加速したのち, さらに  $B_0$  とは異なる一様磁場(磁束密度  $B$ ) のもとで  $i$  回 ( $i = 1, 2, 3 \dots$ ) 加速するとき, 軌道半径が  $R$  でありつづけるためには,  $N + i$  回目の加速において, 磁束密度  $B$  と, 電極間の電圧  $V$  (一定の大きさ) の向きを変える時間間隔  $T$  をそれぞれどのような値に設定すればよいか。  $B$  は  $B_0$ ,  $T$  は  $T_0$  を用いて表せ。

(b) 図 2 はシンクロトロン の原理図であり, 閉じた円形の装置(半径  $r$  のリング)に, 速さ  $v$  の荷電

粒子の群れ(多くの粒子が空間的に密集した状態)が多数投入され, それらが磁場で曲げられてリングを円運動する。荷電粒子は, 一周する間に様々な理由でエネルギーを失うので, リングのどこかの領域(加速領域)で加速する必要がある。加速領域は,  $r$  に比べ十分に小さい。いま, 荷電粒子が単位時間あたりにリングを周回する回数(周波数)を  $f$ , リング中の全荷電粒子数を  $n$ , 電荷を  $q (> 0)$  とすると, リング中の平均の電流は,  $f, n, q$  を用いて ⑧ と書ける。

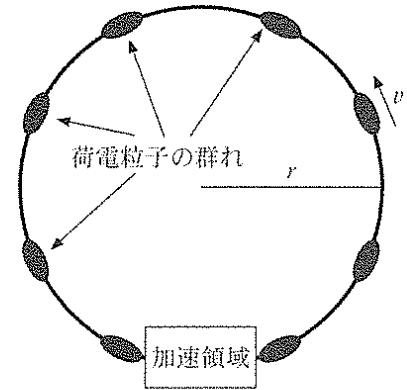


図 2

加速領域においては, 高周波の交流電圧が用いられる。交流電圧が, 時刻  $t$ , 角周波数  $\omega$  として  $V(t) = V_0 \sin \omega t$  で与えられたとする。荷電粒子が加速領域を通過するときの交流電圧の  $\omega t$  の値を位相  $\phi$  とすると, 荷電粒子が加速領域を通過する時間は非常に短いので, 一回の加速で荷電粒子が得るエネルギーの増分は  $E_a = qV_0 \sin \phi$  としてよい。図 3 は, 交流電圧の一周期の時間変化と  $\phi$  の関係を示したものである。荷電粒子を加速するには, 荷電粒子がリングを周回するたびに, 交流電圧の位相  $\phi$  で加速領域を通過して  $E_a$  のエネルギー増分を得るように交流電圧を設定する必要がある。交流電圧の周期は, 荷電粒子がリングを一周する時間と同じかそれより短く設定する必要があるから, 交流電圧の周波数  $f_{RF}$  は, ある一つの荷電粒子の群れに着目した場合, 荷電粒子がリングを周回する周波数  $f$  の整数倍でなければならない。

しかしながら, 実際の一つの荷電粒子の群れに注目すると, 個々の粒子でリングを周回する速さ  $v$  がわずかに異なるため, 加速領域を通過する際の電圧の位相  $\phi$  は, 全ての荷電粒子で同じではなく幅がある。図 3 のように, 荷電粒子の群れの中心付近は位相  $\phi_c$  で通過していたとしても, 群れのなかでもっとも速い粒子は  $\phi_A$  で, もっとも遅い粒子は  $\phi_B$  で加速領域を通過することになる。ある周回において, もっとも遅い荷電粒子が, 位相  $\phi_B$  における高い電圧で加速される場合, 次の周回では ⑨ ア.  $\phi_B$  より小さい イ.  $\phi_B$  より大きい ウ.  $\phi_B$  と変わらない) 位相

で加速領域を通過することになる。ただし、問⑨では、加速領域以外のリングでの、 $v$ の変化量は全ての粒子で同一であるとし、かつ、 $v$ が変化しても周回軌道の半径は一定であるとしてよい。

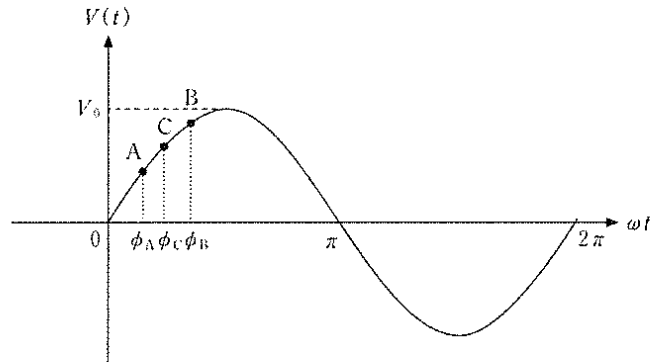


図 3

問 2 問⑨を参考に、ある周回において位相  $\phi_A$  で加速された荷電粒子は、次の周回ではどのような位相で加速領域を通過することになるかを述べよ。さらに、問⑨の結果と合わせて、荷電粒子の速さは、周回を重ねるときにどのように変化するかを述べよ。

シンクロトロンは、周回半径を一定に保つようにした加速器であり、上記のように、エネルギーのばらついた荷電粒子の群れを集群 (bunching) させて安定的に高いエネルギーで荷電粒子を加速できるように工夫されている。

サイクロトロンやシンクロトロンといった加速器は、粒子を高速に加速して標的となる原子核や素粒子に衝突させ、その構造を知るために使われるほか、放射性薬剤の製造などに利用されている。