滋賀医科大学
令和3年度
医学科一般選抜(前期日程)

問題冊子

理　　科

(注　意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか23ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせること。
4. 問題は物理，化学，生物のうち2科目を選択し，選択した科目の解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は，無効にすることがある。
7. 選択しない科目の解答用紙は，試験開始120分後に監督者が回収するので，大きく╳印をして机の左側に置くこと。
8. 本学受験票を机の右上に出しておくこと。
9. 試験時間は150分である。
10. 問題冊子は持ち帰ってもよいが，解答用紙は持ち帰らないこと。

物　　理（3問題）

I　以下の文中の $\boxed{}$ に入る適当な式を記入し，設問に答えよ。(配点 33)

(a)　両端が固定された弦の一端をはじくと振動が波として伝わり，両端が節となる定在波が生じる。この定在波は，他端に向かって進んだ波(入射波)と，他端で反射された波(反射波)が重なりあったものである。このとき反射波は入射波と変位の向きが反転した波形となる。入射波の振幅を A，波長を λ とすると，定在波の腹の位置における弦の振動の振幅は $\boxed{①}$，隣りあった節と節の間の距離は $\boxed{②}$ となる。

問 1　弦の長さを ℓ とする。弦に腹の数が n，周期が T の定在波が生じたときの波長と波の速さを求めよ。

(b)　さて，(a)のような固定端では，反射波は入射波と変位の向きが反転した波形となるが，自由端ではそうした反転は生じない。これらの現象は，2種類の媒質が接する箇所(境界)での反射の特別な例ととらえることができる。より一般には，ある媒質を進んできた入射波が他の媒質との境界に達すると，境界において反射波と透過波(境界を越えて先に進む波)が生じること，反射波や透過波の振幅は入射波とは異なること，反射波の変位の向きが入射波と逆になるか否かは入射波がどちらの媒質を進んできたかによって異なること，などが知られている。以下では，そうした境界付近における波動について調べよう。

x 軸方向に張られた1本の弦を考え，弦の振動による変位の方向を y 軸にとる。弦は $x = 0$ を境界として媒質1 ($x < 0$)，媒質2 ($x > 0$) の2つの媒質でできている。媒質1と媒質2は線密度(弦の単位長さあたりの質量)が異なり，そのため波の速さが異なる。弦の変位は十分小さく，張力の大きさは位置によらず一定とみなせる。弦は十分長く，両端からの反射は考えなくてよい。

媒質1を x 軸の正の方向に進む波が境界に入射すると，その入射波に対し，境界から x 軸の負の方向に媒質1を進む反射波と，境界から x 軸の正の方向に媒質2を進む透過波が生じる。したがって，境界付近では，媒質1の波動は入射波と反射波の重ねあわせによるものであり，媒質2の波動は透過波によるものとなる。入射波の変位は，正弦波の場合，振幅を A，周期を T，速さを v_1，初期位相を0として，時刻 t，位置 x では $\boxed{③}$ となる。反射波と透過波についても，反射波は入射波とは振幅と進行方向が異なり，透過波は入射波とは振幅と速さが異なることに注意して，同様の式を得ることができる。

ところで，境界における弦の変位は，媒質1と媒質2で同じでなければならない。このことより，問③の結果において x を限りなく0に近づけて得られる式を $f(t)$ とし，反射波と透過波の

式に対してxを限りなく0に近づけて得られる式をそれぞれ$g(t)$，$h(t)$と表すと，それらの間には関係式 ④ が成り立つ。

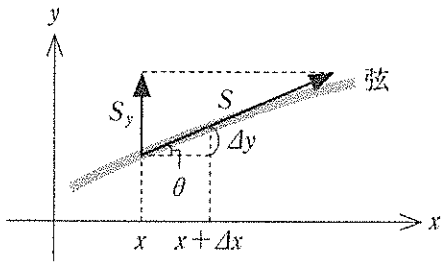

図1

次に，弦にはたらく張力と変位との関係に着目する。図1に示すように，張力は弦の接線方向を向いている。位置xにおいて，弦とx軸がなす角をθとする。弦の変位は十分小さく，θもきわめて0に近いと考えられるので，$\sin\theta=\tan\theta$と近似してよい。すると，大きさSの張力のy軸方向の成分S_yは，微小量Δxと，それに対するyの増加量Δyを用いて ⑤ と書ける。

以上の結果を用いて，図2に示した媒質1，媒質2における張力のy軸方向の成分S_{y_1}，S_{y_2}を求める。

まず，媒質2について，S_{y_2}を求めるのに必要なΔy_2を透過波の式を用いて表す。透過波の式は問③の入射波の振幅と速さを透過波の振幅Cと速さv_2に置き換えることで得られる。得られた透過波の式に，βがきわめて0に近い場合

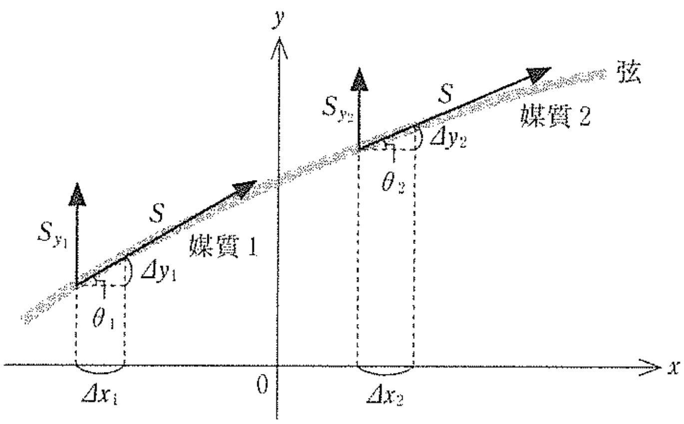

図2

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\pm\beta\cos\alpha$　と近似できることを適用して媒質2に対するΔy_2を求めると，それはC，T，t，v_2，xなどを用いて ⑥ $\times\,\Delta x_2$と書ける。この式を問⑤の結果にあてはめるとS_{y_2}が得られる。

同様にして，媒質1について，図2のΔy_1を求める。反射波の式は，問③の入射波の式のAをBに置き換え(反射波の振幅は$|B|$)，進行方向がx軸の負の方向になるように書き直すことで得られる。入射波と反射波の重ねあわせに対して問⑥を求めたのと同様の計算を行うことで，媒質1に対するΔy_1が求まる。さらに問⑤の結果を用いるとS_{y_1}が得られる。

ところで，境界では張力のy軸方向の成分は媒質1と媒質2とで同じでなければならない。このことより，xを限りなく0に近づけたときに境界においてS_{y_1}とS_{y_2}が等しいことをA，B，C，T，t，v_1，v_2，Sなどを用いて表すと， ⑦ となる。ここで，時間経過にともなう位相変化を考えると，問⑦の結果は，$f(t)$，$g(t)$，$h(t)$を用いて ⑧ と書ける。

問2　問④と問⑧の結果から，$g(t)$，$h(t)$をそれぞれ$f(t)$を用いて表せ。反射波の変位の向きが入射波と逆になる場合，媒質1と媒質2を比べると，線密度が大きいのはどちらか。(a)の場合，弦の長さと張力の大きさが同じであれば，線密度が大きい弦の方が基本振動の周期が長くなることを踏まえて，$g(t)$を使って説明せよ。

II 以下の文中の $\boxed{}$ に入る適当な式を，{　　}に入る適当な語句の記号を記入し，設問に答えよ。(配点 33)

サイクロイドとは，直線上を円が滑らずに回転するとき，円周上の一点が描く軌跡である。それはxy平面において，θを用いて $x = a(\theta + \sin\theta)$，$y = a(1 - \cos\theta)$　(1)　と表されることが知られている($-\pi \leqq \theta \leqq \pi$)。以下では，この曲線上を摩擦がなく重力の作用だけで動く物体の運動を考察する。

図1のように，曲線の最下点Oを原点として，鉛直上方をy軸，水平方向をx軸にとる。曲線上で物体の位置$(x,\ y)$がθによって式(1)のように与えられるとき，θの時間的な変化が物体の運動を表す。いま，時刻tに物体が位置$(x,\ y)$にあるとき，これからわずかにΔtだけ時間が経過するとθも$\Delta\theta$だけ変わり，位置がx，yからそれぞれΔx，Δyだけ変化する。このとき，時刻tでの物体の速度vのx，y成分はそれぞれ$v_1 = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，$v_2 = \dfrac{\Delta y}{\Delta t}$で与えられる。十分小さい$\Delta\theta$に対して成り立つ近似式 $\sin(\theta + \Delta\theta) = \sin\theta + \Delta\theta\cos\theta$　(A1)，$\cos(\theta + \Delta\theta) = \cos\theta - \Delta\theta\sin\theta$　(A2)を用いると，式(1)からx，y成分は$\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$を用いてそれぞれ　$v_1 = \boxed{\ ①\ }$，$v_2 = \boxed{\ ②\ }$と表される。運動の方向は曲線の接線方向であり，問①，問②の結果に2倍角の公式

$\sin\theta = 2\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}$，$\cos\theta = 2\cos^2\dfrac{\theta}{2} - 1$を用いると，$x$軸と角度$\dfrac{\theta}{2}$をなすことが示される。

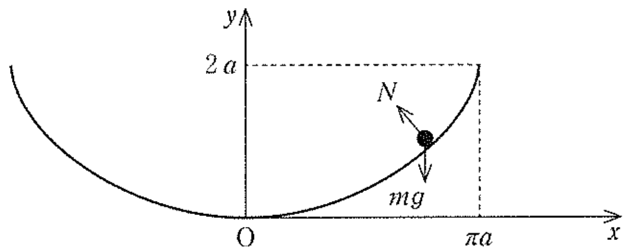

図1

時間Δtの間にθだけでなくωも$\omega + \Delta\omega$に変化することに留意すると，速度の変化量もv_1，v_2から式(A1)，(A2)を用いて得られる。そして，$\Delta\theta$と$\Delta\omega$の積を無視すると(これ以降，非常に小さい2つの量の積は同じように無視する)，加速度のx，y成分は

$\dfrac{\Delta v_1}{\Delta t} = a\left[-\omega^2\sin\theta + (1 + \cos\theta)\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}\right]$，　　$\dfrac{\Delta v_2}{\Delta t} = \boxed{\ ③\ }$ となる。

物体の運動方程式は，物体の質量をmとしてx，y方向についてそれぞれ

$$m\frac{\Delta v_1}{\Delta t} = -N\sin\frac{\theta}{2} \qquad (2.1), \qquad m\frac{\Delta v_2}{\Delta t} = -mg + N\cos\frac{\theta}{2} \qquad (2.2)$$

で与えられる。Nは垂直抗力の大きさ，gは重力加速度の大きさである。式(2.1)に$\cos\dfrac{\theta}{2}$を乗じ，式(2.2)に$\sin\dfrac{\theta}{2}$を乗じて加え合わせるとNを消し去ることができる。そして上記の加速度の成分を代入すると，ωの時間変化率を$\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$として，$\theta$がしたがう方程式 $\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \boxed{\ ④\ }$　(3)

が得られる。θを求めるには，式(3)を直接取り扱うよりも，$X = 4a\sin\dfrac{\theta}{2}$で定義される$X$を考える方が容易である。それは$X$の時間変化率を$V = \dfrac{\Delta X}{\Delta t}$として式(3)から　$m\dfrac{\Delta V}{\Delta t} = -kX$　(4)

が得られ，単振動の運動方程式と等価だからである。ここで，$k = \boxed{\ ⑤\ }$であり，kはばね定

数と見なされる。式(4)はXがあたかも単振動をする物体の変位であるかのごとく振る舞うことを示している。よく知られているように，単振動では物体の変位Xは角振動数Ω，振幅A，初期の位相δを用いて$X = A\sin(\Omega t + \delta)$と表される。このように，まず時刻$t$において$X$が決まり，$X$を介して$\theta$が求められる。抗力$N$も上で得られた問④の結果を式(2.1)に代入して具体的に求めることができる。抗力は物体に仕事をしないので，物体の力学的エネルギーEは保存される。Eは運動エネルギーと位置エネルギーの和であり，yとvなどを用いて$E = \boxed{⑥}$と表される。

問 1　EをXとVなどを用いて書き改めよ。式(A1)から$A\sin(\Omega t + \delta)$の時間変化率が$A\Omega\cos(\Omega t + \delta)$であることが示される。このことに留意して，$E$をさらに$A$などを用いて書き表せ。

いま，時刻$t = 0$(初期)にθ_0で与えられる位置にいた物体が，曲線に沿って初速度0で下方に動き始める場合を考える。この場合，定数Aとδはθ_0，および初期のωの値から決まり，時刻tでのθが具体的に得られる。

問 2　時刻tにおいてθ，θ_0，Ωの間に成立する関係式を求めよ。導出過程も記すこと。

図2のように，曲線上の最高点P(最下点から高さ$2a$)にいた物体が曲線に沿って初速度0で下方に動き出し，最下点Oに到達するのに時間T_Pを要した。一方，曲線上で高さhが点Pより低い点Q($h < 2a$)から物体が同じように動き出して点Oに到達するのに要した時間がT_Qであった。

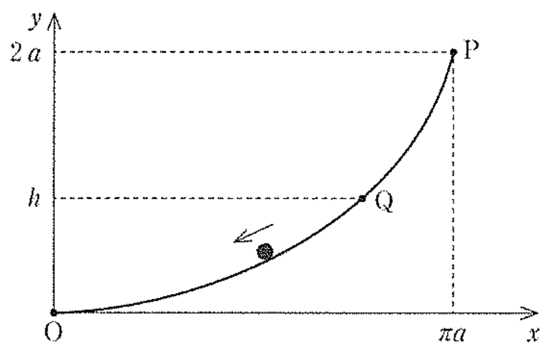

図2

このとき，{ ⑦　ア．$T_Q < T_P$　　イ．$T_Q = T_P$　ウ．$T_Q > T_P$ } である。

最後に，点Pから点Oまでの経路が曲線ではなく，直線である仮想的な場合を考える。摩擦がなく，重力だけが作用するとして，点Pにいた物体が直線POに沿って初速度0で下方に動き出し，点Oに到達するのに要した時間をT'_Pとする。

問 3　T'_Pを求めよ。そして，T_PとT'_Pの大小関係を根拠とともに記せ。

Ⅲ 以下の文中の $\boxed{}$ に入る適当な式を記入し，設問に答えよ。(配点 34)

(a) 細胞膜は，方向のそろったリン脂質分子からなる脂質二重層である。細胞膜の内外は水溶液で満たされ，陽イオンや陰イオンによる電荷が脂質二重層の表面に分布して電位差が生じている。この脂質二重層を極めて微小な領域で見ると，電気的には，図 1 に示すような細胞膜の厚さ d と同じ極板間隔をもつ平行板コンデンサーで近似できる。この微小なコンデンサーの極板間が誘電率 ε の物質によって満たされているとして，それぞれの極板に蓄えられた電荷を $+q$，$-q$ としたとき，極板面積を S とすれば，微小コンデンサーの極板間の電場は $\boxed{\;①\;}$ と書ける。図 1 のように球状の脂質二重層を考えると，微小な平行板コンデンサーが並列に球状に並んだものとみなせる。このような球状の脂質二重層の外側と内側に蓄えられた電荷を $+Q$，$-Q$ とする。細胞膜の厚さが球状の細胞の半径 r に比べて十分に小さく，細胞全体の表面積は $4\pi r^2$ とみなしてよいので，細胞の内外に生じる電位差は，r，d，ε，Q を用いて $\boxed{\;②\;}$ と記述できる。

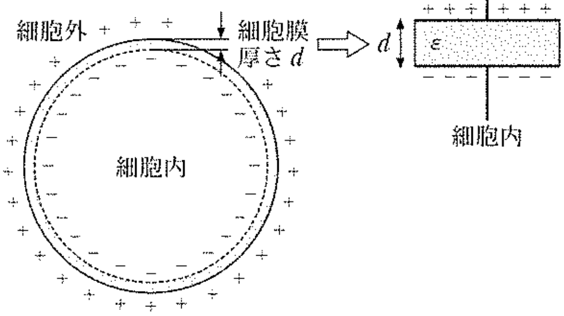

図 1

問 1 $r = 5.0\ \mu\mathrm{m}$，$d = 5.0\ \mathrm{nm}$，$\varepsilon = 20\ \mathrm{pF/m}$ とする。細胞の外側を基準に測った細胞内の電位が $-80\ \mathrm{mV}$ であるとき，この膜が蓄えている単位面積あたりの電気量の大きさは何 $\mathrm{C/m^2}$ か。有効数字 2 桁の数値で答えよ。ただし，μm，nm，pF，mV はそれぞれ，$10^{-6}\ \mathrm{m}$，$10^{-9}\ \mathrm{m}$，$10^{-12}\ \mathrm{F}$，$10^{-3}\ \mathrm{V}$ である。

実際の細胞膜は，イオンの出入りする部分(チャネル)などを通じて電流が流れる。図 2 は，細胞膜における代表的な 2 種類のチャネルを抵抗や電池として，脂質二重層をコンデンサーとみなし，実際の細胞膜を同じ機能をもつ電気素子からなる回路として置き換えたもの(等価回路)である。A が細胞内側，B が細胞外側に対応している。図 2 に示すように，細胞内外の電位差を V_{m}，抵抗値，電池の起電力をそれぞれ，R_1，R_2，E_1，E_2 で表す。いま，ある時刻における細胞の内部から外部に向かって流れる全電流 I について考える。この等価回路において，コンデンサーを流れ出る電流を I_{c} と表したとき，いつでもキルヒホッフの第一法則やオームの法則が成り立つことに注意すると，I は E_1，E_2 の電池の向きに注意して $\boxed{\;③\;}$ と書ける。

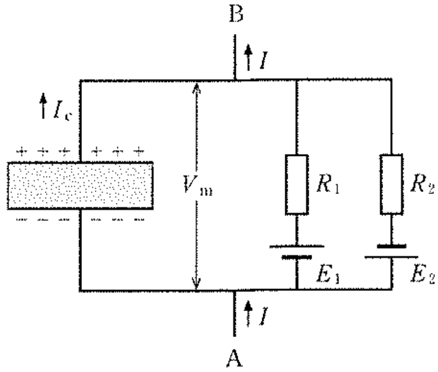

図 2

(b) 神経細胞にある突起，軸索では，軸索の微小領域で起こった電位変化が軸方向に順に伝わり，最終的に神経細胞全体に及ぶ。このような状況を，図3に示すような脂質二重層の厚さが d の円筒を用いて考察する。まず，軸索は電気をよく通す細胞外液中に存在するので円筒外部は等電位であり，円筒内部の軸方向には，電位が変化していると考える。円筒内部のある点Oには，円筒外部から微小電極により電流が注入され，点Oの電位は一定の値 V_0 に保たれている。図3は，点Oから離れるとチャネルなどにより膜外に電流が流れつつ，円筒内部を軸方向に電流が流れるさまを表している。

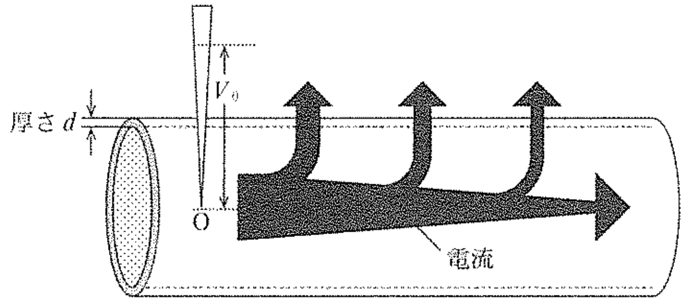

図3

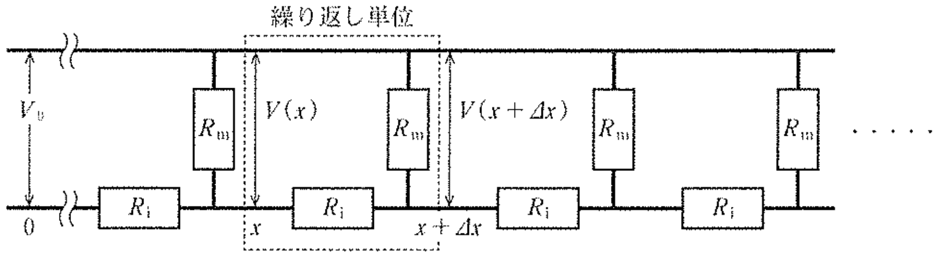

図4

ここで図3の状況をもとに，図4のような等価回路を考える。円筒内部の軸方向に x 軸をとり，x における膜内外の電位差を $V(x)$ とする。図3の円筒を Δx の幅ごとに区切って考え，Δx 区間での円筒軸方向に円筒内を流れる電流に対する抵抗を R_i とする。また，チャネルなどを介して，膜内から膜外へ厚さ d の距離を通り抜ける Δx 区間でのすべての電流に対する見かけの抵抗値を R_m とする。R_i と R_m は，それぞれ Δx 区間の抵抗の大きさに相当する。そして，Δx 区間の等価回路が繰り返し単位(点線で囲まれた部分)となって無限に続いていると考える。ここで，図4において，位置 x から右に無限につながった全ての抵抗の合成抵抗の値を R とする。位置 $x+\Delta x$ の右にも抵抗が無限につながっているので，$x+\Delta x$ から右の合成抵抗の値も R である。このことを用いれば，R の満たす方程式は [④] と書ける。

いま，円筒内部の軸方向の抵抗率を ρ_i，細胞膜の抵抗率を ρ_m とする。円筒の外側と内側の半径がともに a で近似できるとき，R_i と ρ_i には，a，Δx などを用いて [⑤] の関係式が，R_m と ρ_m には，a，d，Δx などを用いて [⑥] の関係式が成り立つ。

問④の結果から導かれる R に関する二次方程式から R を求め，ρ_i，ρ_m を用いて書き換えた上で，Δx は十分小さいものとして Δx の項を無視すると，R は，R_i と R_m を用いて [⑦] と表せる。

問 2　図 4 に示した電位差 $V(x+\Delta x)$ を $V(x)$ と R_i, R_m を用いて表せ。

問⑤，問⑥の式を用いて問 2 の結果を変形すれば，$\dfrac{V(x+\Delta x)-V(x)}{\Delta x}=\boxed{\quad ⑧ \quad}\times V(x)$ となる。この式で Δx を限りなく 0 に近づけ $V(x)$ を求めると，図 5 のような振る舞いを示すことが知られている。これは軸索の電圧が，円筒の軸方向の距離に対して減衰しながら伝わることを示している。このように単純化されたモデルをもとに，コンピュータシミュレーションなどを用いて，実際の軸索を伝わる電位刺激の伝達を調べることができる。

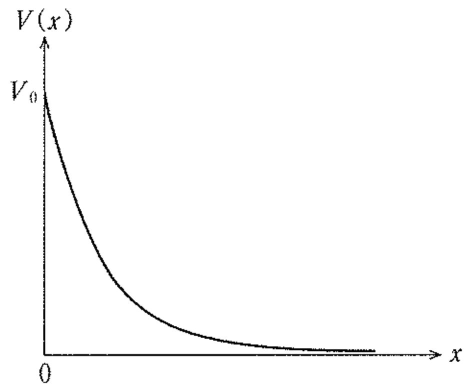

図 5