

滋賀医科大学

令和4年度
医学科一般選抜(前期日程)

問題冊子

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか2ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。
ただし解答欄が不足する場合は、下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入学共通テスト受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は120分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

数 学

(各問 50 点)

1 実数 a, b, r について, r が a と b の間にあるとは, $a < r < b$ または $b < r < a$ が成り立つことである。したがって $a = b$ のときは, a と b の間にある実数はない。

I. t を 0 と 1 の間にある実数とする。数列 $\{a_n\}$ は初項 $a_1 = 0$ であり, $b_n = a_{n+1} - a_n$ で定まる階差数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1 = 1$, 公比 $-t$ の等比数列となっている。

(1) a_{n+2} は a_n と a_{n+1} の間にあることを示せ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ。

(3) 0 と 1 の間にある実数 r と 3 以上の奇数 n に対して, $a_n = r$ となるような t がただ 1 つ存在することを示せ。

II. すべての n に対して c_{n+2} が c_n と c_{n+1} の間にあるような数列 $\{c_n\}$ で, 収束しない例を 1 つ作れ。

2 (1) 2 以上の自然数 n に対して, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{n}$ を示せ。

(2) $x \geq 0$ のとき, $\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{24} \leq 1 - \cos x \leq \frac{x^2}{2}$ を示せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(k^2 - k^2 \cos \frac{1}{k} \right)$ を求めよ。

3 a, b を正の定数とし, xy 平面上の双曲線

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

を H とする。0 でない実数 t に対して, 直線 $y = t$ と H の交点を P, Q とし, P における H の接線と Q における H の接線の交点を R とする。△PQR の面積を S とおく。

- (1) R の座標を b, t を用いて表せ。
- (2) S を a, b, t を用いて表せ。
- (3) t が 0 でない実数全体を動くとき, S の最小値を a, b を用いて表せ。

4 (1) 3 辺の長さが 1, a, b である三角形が作れるとき, 点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。

(2) 2 辺の長さが a, b である面積 1 の三角形が作れるとき, 点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。

(3) xy 平面上の点 P について, 頂点 $A(2, 0)$, 内接円が $x^2 + y^2 = 1$ である △ABC を, P が辺 BC 上にあるように作れるとき, 点 P の存在する範囲を図示せよ。ただし辺は両端を含む。

