

滋賀医科大学  
令和3年度

医学科一般選抜(前期日程)

問題冊子

数 学

(注 意)

1. 問題冊子は試験開始の合図があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は表紙のほか2ページである。
3. 試験中に問題冊子及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答用紙のすべてに受験番号及び氏名をはっきり記入すること。
5. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に明瞭に記入すること。  
ただし解答欄が不足する場合は、下書欄(裏面)にはみだしてもよい。
6. 解答に関係のないことを書いた答案は、無効にすることがある。
7. 本学受験票及び大学入学共通テスト受験票を机の右上に出しておくこと。
8. 試験時間は120分である。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答用紙は持ち帰らないこと。

# 数 学

(各問 50 点)

1 座標平面上の点  $Q(x, y)$  について,  $x, y$  がともに有理数であるとき,  $Q$  を有理点という。

- (1)  $P$  を曲線  $x^2 - y^2 = 1$  上の点とする。  $P$  を通る傾き 1 の直線と  $x$  軸の交点がある有理点ならば,  $P$  も有理点であることを示せ。
- (2)  $r$  を正の実数とする。曲線  $x^2 - y^2 = 1$  上の有理点のうち, 原点との距離が  $r$  より大きいものがあることを示せ。
- (3) 曲線  $x^2 - 6y^2 = 7$  上に有理点がないことを示せ。

2  $a, b, p, q$  を  $p < 0 < q < a < b$  を満たす実数とする。座標平面上で曲線

$$C: y = \frac{1}{(x-a)(x-b)}$$

を考える。曲線  $C$ ,  $x$  軸,  $y$  軸および直線  $x = p$  で囲まれた部分の面積  $S(p)$  は, 曲線  $C$ ,  $x$  軸,  $y$  軸および直線  $x = q$  で囲まれた部分の面積  $S(q)$  と等しいとする。  $S = S(p) = S(q)$  とおく。次を示せ。

- (1)  $(p+q)ab = pq(a+b)$
- (2)  $q < \frac{ab}{a+b}$
- (3)  $S < \frac{1}{b-a} \log \frac{b}{a}$
- (4)  $S < \frac{1}{a}$

3 複素数平面上において、単位円上に異なる3点A, B, Cがある。3直線BC, CA, ABのいずれの上にもない点 $P(w)$ を考える。Pから直線BC, CA, ABに下ろした垂線の足を、それぞれ $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ とする。

ここで、単位円とは原点を中心とする半径1の円のことである。また、点Pから直線 $l$ に下ろした垂線の足とは、Pを通り $l$ に垂直な直線と $l$ の交点のことである。

(1)  $A(a)$ ,  $B(\beta)$ とするとき、直線AB上の点 $z$ は

$$z + a\beta\bar{z} = a + \beta$$

を満たすことを示せ。

(2)  $A(a)$ ,  $B(\beta)$ ,  $C'(\gamma')$ とするとき、

$$2\gamma' = a + \beta + w - a\beta\bar{w}$$

を示せ。

(3)  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ が一直線上にあるとき、Pは単位円上にあることを示せ。

4  $n$ を自然数とする。 $n$ 色の異なる色を用意し、そのうちの何色かを使って正多面体の面を塗り分ける方法を考える。つまり、一つの面には一色を塗り、辺をはさんで隣り合う面どうしは異なる色となるように塗る。ただし、正多面体を回転させて一致する塗り分け方どうしは区別しない。

I. 正四面体の面を用意した色で塗り分ける。

- (1) 少なくとも何色必要か。
- (2)  $n \geq 4$ とする。この方法は何通りあるか。

II. 正六面体(立方体)の面を用意した色で塗り分ける。

- (1) 少なくとも何色必要か。
- (2)  $n \geq 6$ とする。この方法は何通りあるか。









