令　和　3　年　度

理　　　　科

物　理		1ページ～9ページ
化　学		10ページ～19ページ
生　物		20ページ～30ページ

注意事項

1. 監督者の許可があるまでは，中を見てはいけない。
2. 問題冊子に欠けている部分や印刷が不鮮明な箇所などがあれば申し出ること。
3. 解答用紙は，物理(その1～その3)，化学(その1～その4)，生物(その1～その4)の3科目分を綴ってある。

   解答を始める前に，自分の選択する2科目に関係なく全科目の解答用紙に必ず受験番号を記入すること。なお，受験票の理科受験科目届の○で囲んだ科目以外を解答した場合は採点されないので注意すること。
4. 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入すること。
5. 問題用紙の余白は，計算用紙として利用してもよい。

物　　　理

1　図1に示すように，真空中で，無限に長い導線に矢印の向きに直線電流 I_0 が流れている。この導線を含む平面内に，内部抵抗の無視できる起電力 V の電池，抵抗値が R_1 の抵抗，抵抗値が R_V の可変抵抗，およびスイッチSを導線で結んだ回路を置く。長方形ABCDは，横の長さが a，縦の長さが b であり，辺ABは無限に長い導線に平行に距離 $d(d > 0)$ 隔てて置かれている。辺ADの中点Eと辺BCの中点Fとの間には電池が置かれ，電位差が与えられている。円周率を π，真空の透磁率を μ_0 として以下の問いに答えよ。なお，電池，抵抗，可変抵抗，およびスイッチは，いずれも寸法が十分小さく，回路を流れる電流が磁界(磁場)から受ける力に影響は与えないとする。

はじめ，スイッチSは開いているとする。

問1　直線電流 I_0 が辺ABの位置につくる磁束密度の大きさとその向きを求めよ。

問2　直線電流 I_0 のつくる磁界からABを流れる電流が受ける力の大きさ F_{AB} とその向きを求めよ。

問3　直線電流 I_0 のつくる磁界から回路全体が受ける力 F を求めよ。ただし，直線電流から離れる向きを正とする。

次に，スイッチSを閉じる。

問4　直線電流 I_0 のつくる磁界から回路全体が受ける力 F を求めよ。ただし，直線電流から離れる向きを正とする。

問 5　可変抵抗の抵抗値を $R_V = R_2$ としたところ，直線電流 I_0 のつくる磁界から回路全体が受ける力 F は 0（ゼロ）となった。抵抗値 R_2 を求めよ。

問 6　問 5 において $d = \dfrac{a}{2}$ の場合，R_2 は R_1 の何倍か，既約分数で示せ。

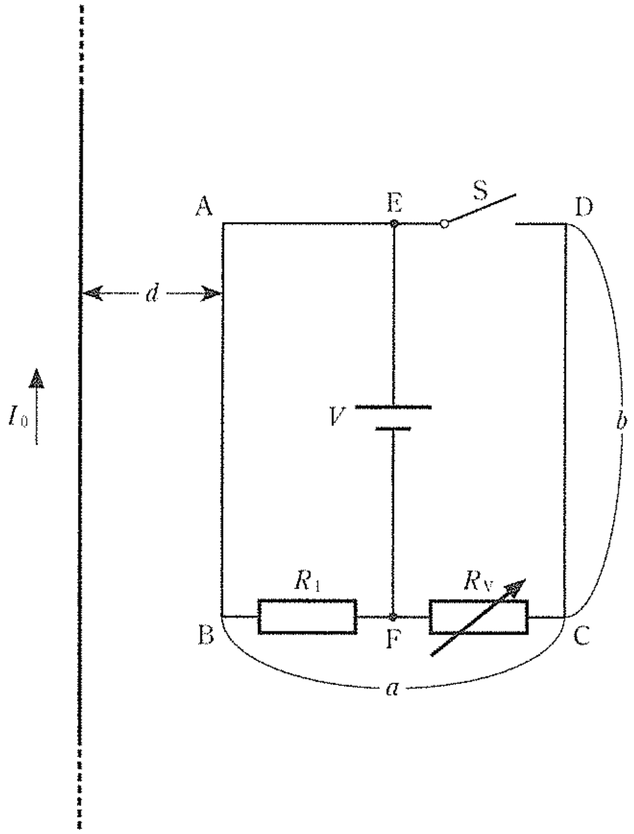

図 1

2 直方体のシリンダー内に質量 m の単原子分子 N 個からなる理想気体が封じ込まれ，大気中に置かれている。このシリンダーの断面は一辺が L の正方形であり，x 軸に沿ってシリンダー内をなめらかに動くピストンが備わっている。絶対温度を T，大気圧を p_0，ボルツマン定数を k として以下の問いに答えよ。なお，気体分子は一定の速さで直線的に運動し，シリンダーおよびピストンの壁と弾性衝突するものとし，分子どうしの衝突は考えない。また，分子の運動はどの方向にも均等で偏りはない。シリンダーおよびピストンは熱を通さず，ピストンの重さと厚みは無視できる。

補足事項（1）
質量 m の単原子分子からなる理想気体は，図２－１および図２－２のシリンダー内のピストンの左側に封じ込められており，ピストンの右側は大気に通じている。

補足事項（2）
ヒーターにより生じる熱はすべて封じ込められた理想気体に与えられる。

I．1つの分子に注目し，その速度を $\vec{v}=(v_x,\ v_y,\ v_z)$ とし，速さを $v(=|\vec{v}|)$ とする。図2−1に示すようにピストンが $x=L$ のところで静止し，気体が熱平衡の状態にある場合について，次の問いに答えよ。

問 1　1つの分子がピストンに衝突したときにピストンが受ける力積の大きさを m，v_x を用いて表せ。

問 2　この分子が単位時間にピストンに衝突する回数 f_x を v_x，L を用いて表せ。

問 3　この気体の圧力 p を，m，N，L，$\overline{v^2}$ を用いて表せ。ただし，N 個の分子の速さの2乗の平均値を $\overline{v^2}$ と記すこととする。

問 4　この気体の内部エネルギー U を，N，L，p のうち必要なものを用いて表せ。

問 5　問4で求めた U を，N，T，k を用いて表せ。

Ⅱ．次に，図２－２に示すように，このシリンダー内に抵抗 r のヒーターがある場合を考える。ピストンが $x = L$ のところで静止し，シリンダー内の気体が熱平衡の状態にあるときにスイッチＳを閉じてヒーターに電流 I を時間 t の間流したところ，ピストンの位置は $x = L + \Delta L$ となった。ヒーターにより生ずる熱はすべて気体に与えられるものとして，次の問いに答えよ。

問 6　この間にヒーターで発生したジュール熱 Q を示せ。

問 7　シリンダー内の理想気体の内部エネルギーの変化 ΔU を示せ。

問 8　ピストンの位置の変化 ΔL を L, p_0, r, I, t を用いて表せ。

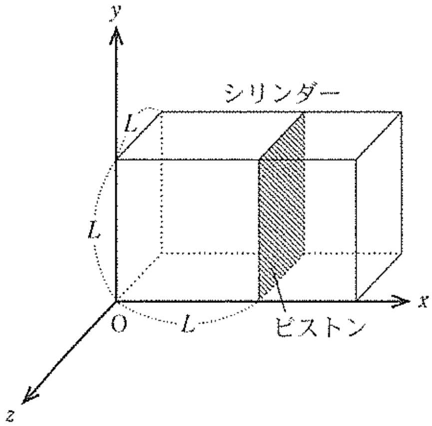

図２－１

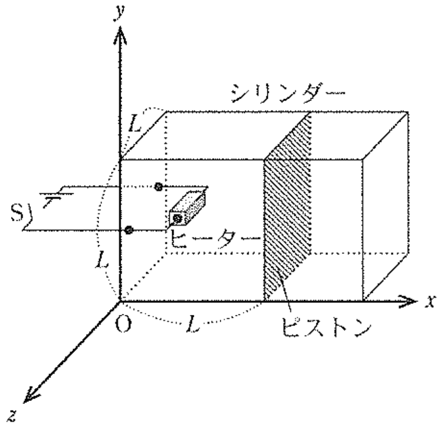

図２－２

3 以下のⅠからⅢの文中にある(　ア　)から(　ク　)に入るべき数値を求めよ。ただし，Ⅰの有効数字は2桁，ⅡとⅢは3桁とする。

Ⅰ．水面上に，15.0 cm 離れた2点A，Bに置かれた小球の上下振動を波源として，円形に広がる2つの波が送り出されている。A，Bを波源とする2つの波の振幅は，それぞれ0.50 cm，0.30 cm である。一方，波長はともに5.0 cm で，周期も同じである。このとき，Aから35.0 cm でBから42.5 cm の距離にある水面上の点Pにできる合成波の振幅は，波源において2つの波が同位相の場合には(　ア　)cm で，逆位相の場合には(　イ　)cm となる。ただし，2つの波源から点Pに広がる波の減衰は無視できるものとした。

Ⅱ．大気中の音速を340 m/s とする。いま，風のない直線道路を，振動数800 Hz のサイレン音を鳴らしながら救急車が速さ54.0 km/h で進行している。そして，救急車を追って，タクシーが速さ36.0 km/h で進行している。このとき，救急車の後方には波長(　ウ　)m の音波が伝わり，タクシーに乗った人が聞くサイレン音の周波数は(　エ　)Hz となる。一方，救急車がサイレン音を鳴らしたまま停車すると，タクシーに乗った人が聞くサイレン音の周波数は(　オ　)Hz となる。

Ⅲ．真空中の光の速さは3.00×10^{8} m/s である。いま，屈折率が1.50の透明なガラス板を真空中に置き，波長6.30×10^{-7} m の単色光を入射した。ガラス板中での光の速さは(　カ　)m/s，波長は(　キ　)m，そして振動数は(　ク　)Hz となる。

4 以下の問いに答えよ。

問 1　真空中において，ある金属に波長が λ_0 以下の光を当てたところ，金属の表面から電子が飛び出す現象が観察された。一方，波長が λ_0 よりも大きな光を当てたときには，この現象は観察されなかった。プランク定数を h，電子の質量を m，真空中の光の速さを c として，次の問いに答えよ。

(1)　この現象，および金属の表面から飛び出してきた電子の名称をそれぞれ答えよ。

(2)　この金属に波長 $\lambda_1(\lambda_1 < \lambda_0)$ の光を当てたときに，飛び出してくる電子の速さの最大値を求め，λ_1，λ_0，h，m，c を用いて表せ。

問 2　生物には ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ や ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ が含まれる。生物が死ぬと，体内の ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の数は時間とともに減少するが，${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ の数はほぼ一定である。ある遺跡から見つかった木片における ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の数の ${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ の数に対する比率 $\dfrac{{}^{14}\mathrm{C}}{{}^{12}\mathrm{C}}$ を調べると，生きている木における $\dfrac{{}^{14}\mathrm{C}}{{}^{12}\mathrm{C}}$ の $0.71\left(\fallingdotseq \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 倍であった。遺跡から見つかった木片はいまから何年前まで生きていたか，有効数字 2 桁で求めよ。ただし，${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の半減期を 5700 年とし，大気中の $\dfrac{{}^{14}\mathrm{C}}{{}^{12}\mathrm{C}}$ は年代によらず一定であるとする。

問 3　${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ は α 崩壊によって別の原子核に変化する。医療現場では，このときに放出される高エネルギーの α 線を用いた癌(がん)の治療が行われている。下記の(　ア　)～(　オ　)に入るべき数字や元素記号を考えて，${}^{223}_{88}\mathrm{Ra}$ の α 崩壊の式を完成させよ。

$$ {}^{223}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{(\ \mathrm{ア}\ )}_{(\ \mathrm{イ}\ )}\mathrm{Rn} + {}^{(\ \mathrm{ウ}\ )}_{(\ \mathrm{エ}\ )}(\ \ \mathrm{オ}\ \ ) $$

5 図3のように，天井の小さな穴(点O)を通した糸の下端につるした質量mの小球を，水平面内で等速円運動をさせた(円錐振り子)。このとき，糸の上端をゆっくりと引き上げることで，この円錐振り子の糸の長さ(点Oから小球までの糸の長さ)を調整することができる。はじめに，円錐振り子の糸の長さをLとして固定したところ，糸と鉛直線のなす角はθ_0となった。重力加速度の大きさをg，円周率をπとして以下の問いに答えよ。ただし，糸の質量，糸と天井の穴との摩擦，および空気抵抗は無視できる。なお，必要ならば$\sqrt{3} = 1.73$，$(\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = 1.32$，$(\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} = 1.20$を用いよ。

問 1　この円錐振り子の糸が小球を引く力(糸の張力)の大きさはいくらか。m，L，g，θ_0，πのうち必要なものを用いて表せ。

問 2　等速円運動をする小球の角速度および周期はいくらか。m，L，g，θ_0，πのうち必要なものを用いて表せ。

問 3　等速円運動をする小球の速さはいくらか。m，L，g，θ_0，πのうち必要なものを用いて表せ。

問 4　小球の持つ運動エネルギーはいくらか。m，L，g，θ_0，πのうち必要なものを用いて表せ。

次に，糸の上端をゆっくりと引き上げて，円錐振り子の糸の長さを x としたところ，糸と鉛直線とのなす角は θ となった。ここで，円錐振り子の糸の長さをゆっくりと変化させた場合，円運動の半径と小球の運動量との積が保存されることが知られている。

問 5　このとき，L，x，θ_0，θ の間に成り立つ関係式はどれか。①〜④から適するものを選べ。

① $L^2 \tan\theta_0 \cos^2\theta_0 = x^2 \tan\theta \cos^2\theta$

② $L^2 \tan\theta_0 \sin^2\theta_0 = x^2 \tan\theta \sin^2\theta$

③ $L^3 \tan\theta_0 \cos^3\theta_0 = x^3 \tan\theta \cos^3\theta$

④ $L^3 \tan\theta_0 \sin^3\theta_0 = x^3 \tan\theta \sin^3\theta$

問 6　$\theta = 2\theta_0 = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，糸の上端を引き上げる前と後での円錐振り子の糸の長さの比 $\dfrac{x}{L}$ を有効数字 2 桁で示せ。

問 7　$\theta = 2\theta_0 = \dfrac{\pi}{3}$ のとき，小球の持つ運動エネルギーは，糸の上端を引き上げる前の何倍か。問 6 の結果を用いて計算し，有効数字 2 桁で示せ。

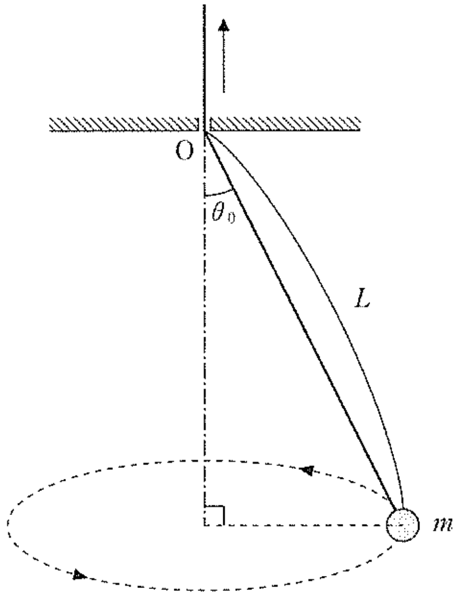

図 3