令和４年度前期日程入学試験学力検査問題

令和４年２月26日

数　　学〔理系〕

志望学部／学科／専攻	試験時間	指定解答用紙
経済学部(理系) 理学部 医学部医学科 医学部保健学科放射線技術科学専攻 医学部保健学科検査技術科学専攻 歯学部 薬学部 工学部 農学部	10：00〜12：30 (150分)	Ⓘ，Ⓘ，Ⓘのマークの用紙(各表・裏)

注　意　事　項

1. **試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。**
2. この問題冊子は，６ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず**黒鉛筆**(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. **解答用紙の受験記号番号欄(１枚につき２か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。**
5. 解答は，必ず**解答用紙の指定された箇所**に記入すること。
6. **解答用紙を持ち帰ってはいけない。**
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

――――このページは白紙――――

――――このページは白紙――――

前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部

$\boxed{1}$ K を3より大きな奇数とし，$l+m+n=K$ を満たす正の奇数の組 (l,m,n) の個数 N を考える。ただし，たとえば，$K=5$ のとき，$(l,m,n)=(1,1,3)$ と $(l,m,n)=(1,3,1)$ とは異なる組とみなす。

(1) $K=99$ のとき，N を求めよ。

(2) $K=99$ のとき，l, m, n の中に同じ奇数を2つ以上含む組 (l,m,n) の個数を求めよ。

(3) $N>K$ を満たす最小の K を求めよ。

$\boxed{2}$ a を実数とし，実数 x の関数 $f(x)=(x^2+3x+a)(x+1)^2$ を考える。

(1) $f(x)$ の最小値が負となるような a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $a<2$ のとき，$f(x)$ は2つの極小値をもつ。このとき，$f(x)$ が極小となる x の値を α_1, α_2 $(\alpha_1<\alpha_2)$ とする。$f(\alpha_1)<f(\alpha_2)$ を示せ。

(3) $f(x)$ が $x<\beta$ において単調減少し，かつ，$x=\beta$ において最小値をとるとする。このとき，a のとりうる値の範囲を求めよ。

（前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部）

$\boxed{3}$ 正の整数 n に対して，

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\sqrt{1 + \frac{k}{n^2}} - 1 \right)$$

とする。

(1) 正の実数 x に対して，次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{x}{2+x} \leqq \sqrt{1+x} - 1 \leqq \frac{x}{2}$$

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} S_n$ を求めよ。

$\boxed{4}$ xy 平面の第 1 象限内において，直線 $\ell : y = mx$ $(m > 0)$ と x 軸の両方に接している半径 a の円を C とし，円 C の中心を通る直線 $y = tx$ $(t > 0)$ を考える。また，直線 ℓ と x 軸，および，円 C のすべてにそれぞれ 1 点で接する円の半径を b とする。ただし，$b > a$ とする。

(1) m を用いて t を表せ。

(2) t を用いて $\dfrac{b}{a}$ を表せ。

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{m \to +0} \frac{1}{m}\left(\frac{b}{a} - 1\right)$ を求めよ。

(前期：経済学部(理系)・理学部・医学部(医学科，保健学科放射線技術科学専攻・検査技術科学専攻)・歯学部・薬学部・工学部・農学部)

$\boxed{5}$ 座標空間内において，ベクトル

$$\vec{a} = (1,2,1),\ \vec{b} = (1,1,-1),\ \vec{c} = (0,0,1)$$

が定める2直線

$$\ell : s\vec{a},\quad \ell' : t\vec{b} + \vec{c} \qquad (s, t \text{ は実数})$$

を考える。点 A_1 を原点 $(0,0,0)$ とし，点 A_1 から直線 ℓ' に下ろした垂線を A_1B_1 とおく。次に，点 $B_1(t_1\vec{b} + \vec{c})$ から直線 ℓ に下ろした垂線を B_1A_2 とおく。同様に，点 $A_k(s_k\vec{a})$ から直線 ℓ' に下ろした垂線を A_kB_k，点 $B_k(t_k\vec{b} + \vec{c})$ から直線 ℓ に下ろした垂線を B_kA_{k+1} とする手順を繰り返して，点 $A_n(s_n\vec{a})$, $B_n(t_n\vec{b} + \vec{c})$ (n は正の整数) を定める。

(1) s_n を用いて s_{n+1} を表せ。

(2) 極限値 $S = \lim_{n\to\infty} s_n$, $T = \lim_{n\to\infty} t_n$ を求めよ。

(3) (2) で求めた S, T に対して，点 A, B をそれぞれ $A(S\vec{a})$, $B(T\vec{b} + \vec{c})$ とおくと，直線 AB は2直線 ℓ, ℓ' の両方と直交することを示せ。

$\boxed{6}$ 半径1の円を底面とする高さが $\sqrt{3}$ の直円柱と，半径が r の球を考える。直円柱の底面の円の中心と球の中心が一致するとき，直円柱の内部と球の内部の共通部分の体積 $V(r)$ を求めよ。