

# 入学試験問題

## 理科



(配点 120 点)

令和 4 年 2 月 26 日 9 時 30 分—12 時

### 注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 95 ページあります(本文は物理 4～25 ページ, 化学 26～41 ページ, 生物 42～71 ページ, 地学 72～95 ページ)。落丁, 乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には, 必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答は, 1 科目につき 1 枚の解答用紙を使用しなさい。
- 5 物理, 化学, 生物, 地学のうちから, あらかじめ届け出た 2 科目について解答しなさい。
- 6 解答用紙の指定欄に, 受験番号(表面 2 箇所, 裏面 1 箇所), 科類, 氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 7 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 8 解答用紙表面上方の指定された( )内に, その用紙で解答する科目名を記入しなさい。
- 9 解答用紙表面の上部にある切り取り欄のうち, その用紙で解答する科目の分のみ 1 箇所をミシン目に沿って正しく切り取りなさい。
- 10 解答用紙の解答欄に, 関係のない文字, 記号, 符号などを記入してはいけません。また, 解答用紙の欄外の余白には, 何も書いてはいけません。
- 11 この問題冊子の余白は, 草稿用に使用してもよいが, どのページも切り離してはいけません。
- 12 解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 13 試験終了後, 問題冊子は持ち帰りなさい。

# 物 理

第1問 地球表面上の海水は、地球からの万有引力の他に、月や太陽からの引力、さらに地球や月の運動によって引き起こされる様々な力を受ける。これらの力の一部が時間とともに変化することで、潮の満ち干が起こる(潮汐運動)。ここでは、地球の表面に置かれた物体に働く力について、単純化したモデルで考察しよう。なお、万有引力定数を  $G$  とし、地球は質量  $M_1$  で密度が一様な半径  $R$  の球体とみなせるとする。以下の設問 I, II, III に答えよ。

I 地球の表面に置かれた物体は地球の自転による遠心力を受ける。地球の自転周期を  $T_1$  とするとき、以下の設問に答えよ。

(1) 質量  $m$  の質点が赤道上的ある地点 E に置かれたときに働く遠心力の大きさ  $f_0$ 、および北緯  $45^\circ$  のある地点 F に置かれたときに働く遠心力の大きさ  $f_1$  を求め、それぞれ  $m, R, T_1$  を用いて表せ。

(2) 設問 I(1)の地点 E における、地球の自転による遠心力の効果を含めた重力加速度  $g_0$  を求め、 $G, M_1, R, T_1$  を用いて表せ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

II 次に、月からの引力と、月が地球の周りを公転運動することによって発生する力を考える。ここではこれらの力についてのみ考えるため、地球が自転しないという仮想的な場合について考察する。

月が地球の周りを公転するとき、地球と月は、地球と月の重心である点  $O$  を中心に同一周期で円運動をすると仮定する(図 1—1)。なお、図 1—1 において、この円運動の回転軸は紙面に垂直である。月は質量  $M_2$  の質点とし、地球の中心と月との距離を  $a$  とする。また、地球の中心および月から点  $O$  までの距離をそれぞれ  $a_1$ ,  $a_2$  とする。以下の設問に答えよ。

- (1) 点  $O$  から見た地球の中心および月の速さをそれぞれ  $v_1$ ,  $v_2$  とする。 $v_1$  および  $v_2$  を  $a$ ,  $G$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  を用いて表せ。
- (2) 点  $O$  を原点として固定した  $xy$  座標系を、図 1—2(a)のように紙面と同一平面にとる。時刻  $t = 0$  において、座標が  $(-a_1 - R, 0)$  である地球表面上の点を点  $X$  とする。月の公転周期を  $T_2$  とするとき、時刻  $t$  における点  $X$  の座標を、 $a_1$ ,  $R$ ,  $T_2$ ,  $t$  を用いて表せ。ただし、地球の自転を無視しているため、時刻  $t = 0$  以降で図 1—2(b), (c)のように位置関係が変化することに注意せよ。
- (3) 設問 II(2)の点  $X$  に、 $M_1$  および  $M_2$  に比して十分に小さい質量  $m$  の質点が置かれているときを考える。この質点について、地球が点  $O$  を中心とした円運動をすることで生じる遠心力の大きさ  $f_c$  を求め、 $G$ ,  $m$ ,  $M_2$ ,  $a$  を用いて表せ。
- (4) ある時刻において、地球表面上で月から最も遠い点を  $P$ 、月に最も近い点を  $Q$  とする。質量  $m$  の質点を点  $P$  および点  $Q$  に置いた場合に、質点に働く遠心力と月からの万有引力の合力の大きさをそれぞれ  $f_P$ ,  $f_Q$  とする。 $f_P$ ,  $f_Q$  を  $G$ ,  $m$ ,  $M_2$ ,  $a$ ,  $R$  を用いて表せ。また、点  $P$  および点  $Q$  における合力の向きは月から遠ざかる方向か、近づく方向かをそれぞれ答えよ。

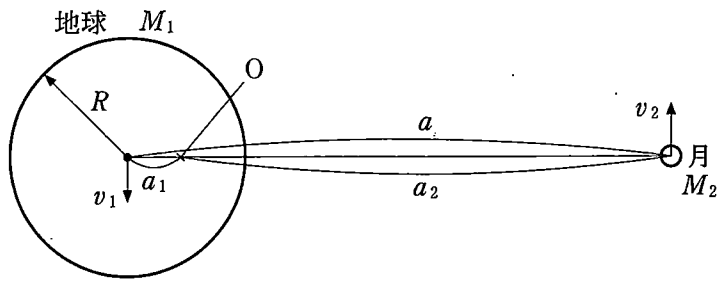
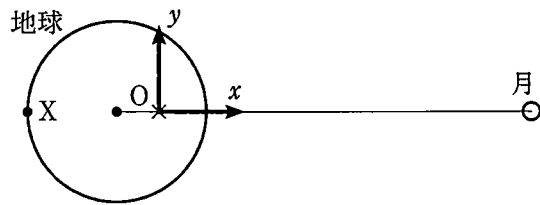
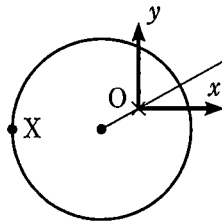


图 1-1

(a)  $t = 0$



(b)



(c)

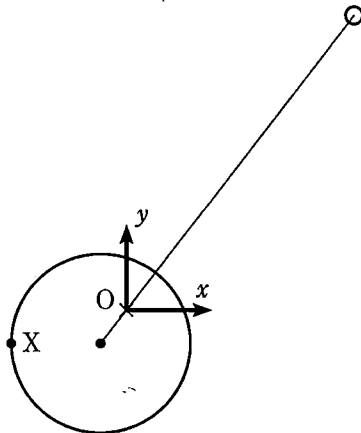


图 1-2

Ⅲ さらに、太陽からの引力と、地球の公転運動によって発生する力について考える。これらの力についても設問Ⅱと同様に考えられるものとする。なお、地球と太陽の重心を点  $O'$  とする。太陽は質量  $M_3$  の質点とし、地球の中心と太陽の距離を  $b$  とする。

図 1—3 のように、ある時刻において地球表面上で太陽から最も遠い点を  $S$  とする。質量  $m$  の質点が点  $S$  に置かれたとき、地球が点  $O'$  を中心とした円運動をすることで生じる遠心力と太陽からの万有引力の合力の大きさを  $f_s$  とする。設問Ⅱ(4)で求めた  $f_p$  に対する  $f_s$  の比は以下のように見積もることができる。

$$0. \boxed{\text{ア}} < \frac{f_s}{f_p} < 0. \boxed{\text{イ}}$$

$\boxed{\text{ア}}$  と  $\boxed{\text{イ}}$  には連続する 1 桁の数字が入る。表 1—1 の中から必要な数値を用いて計算し、 $\boxed{\text{ア}}$  に入る数字を答えよ。

表 1—1

地球の質量	$M_1$	$6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$
月の質量	$M_2$	$7.3 \times 10^{22} \text{ kg}$
太陽の質量	$M_3$	$2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$
地球の中心と月との距離	$a$	$3.8 \times 10^8 \text{ m}$
地球の中心と太陽との距離	$b$	$1.5 \times 10^{11} \text{ m}$
地球の半径	$R$	$6.4 \times 10^6 \text{ m}$
万有引力定数	$G$	$6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s}^2)$

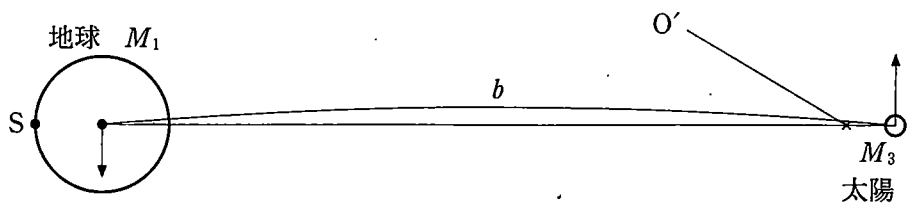


图 1—3

第2問 図2—1のように、水平な  $xy$  平面上に原点  $O$  を中心とした長円形のレールがあり、斜線で示された  $-\frac{d}{2} < x < \frac{d}{2}$ ,  $y < 0$  の領域には鉛直上向き方向に磁束密度の大きさが  $B$  の一様な磁場が加えられている。レール上に木製の台車があり、コイルを含む回路が台車に固定されている。コイルは  $xy$  平面に平行な正方形で、一辺の長さは  $L$ 、ただし、 $L > d$  とする。コイルの四つの辺は台車の進行方向に対して平行または垂直である。上から見たとき台車とコイルの中心は一致しており、回路を含む台車の質量は  $m$  である。レールの直線部  $P_0P_2$  は台車の大きさに比べて十分長いものとし、区間  $P_0P_2$  上の  $x = 0$  の点を  $P_1$  とする。

台車が点  $P_0$  を速さ  $v_0$  で  $x$  軸正の方向(図の右方向)に出発し、その後、台車の中心が最初に  $P_1$ ,  $P_2$  を通過した瞬間の速さをそれぞれ  $v_1$ ,  $v_2$  とする。 $v_0$  に比べて速さの変化  $|v_1 - v_0|$  と  $|v_2 - v_1|$  は十分に小さい。また、 $v_a = \frac{v_0 + v_1}{2}$  とする。コイルの右辺が磁場に進入する瞬間と磁場から出る瞬間の台車の中心位置をそれぞれ  $Q_1$ ,  $Q_2$  とする。同様に、左辺が磁場に進入する瞬間と出る瞬間の台車の中心位置をそれぞれ  $Q_3$ ,  $Q_4$  とする。台車に働く摩擦力や空気抵抗、コイル自身の電気抵抗は無視できる。

I 図2—2のように、回路が正方形の一巻きコイルと抵抗値  $R$  の抵抗からなる場合に、台車が最初に区間  $P_0P_2$  を走る時の運動を考える。

- (1) 台車の中心が  $Q_1$  から  $Q_2$  へ移動する運動について、以下の  と  に入る式を  $v_a$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $B$ ,  $m$ ,  $R$  のうち必要なものを用いて表せ。磁束の符号は鉛直上向きを正とする。

速さに比べて速さの変化が十分に小さいため、台車が  $Q_1Q_2$  間を移動するのにかかる時間は  $\Delta t = \frac{d}{v_a}$  と近似できる。移動の前後でのコイルを通る磁束の変化量  $\Delta\Phi$  は  であり、この間の誘導起電力の平均値は  $\bar{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  と書くことができる。移動中に誘導起電力が  $\bar{E}$  で一定であると近似すると、この間に抵抗で発生するジュール熱の総和は  と書ける。

- (2)  $v_1$  を  $v_0$ ,  $L$ ,  $d$ ,  $B$ ,  $m$ ,  $R$  のうち必要なものを用いて表せ。



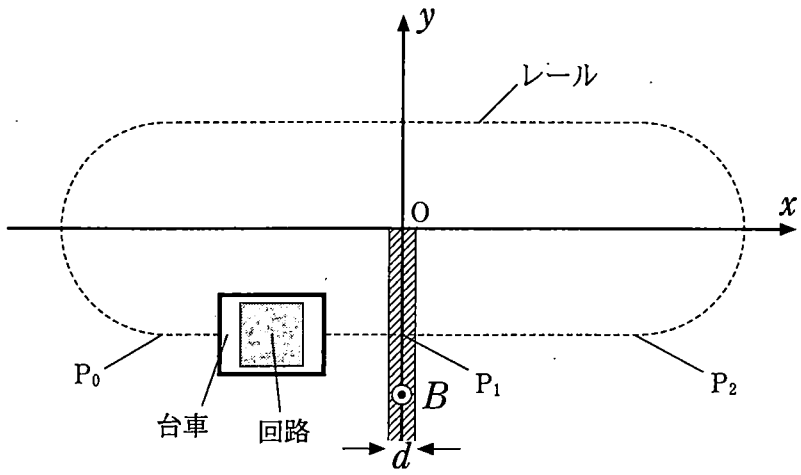


図 2—1

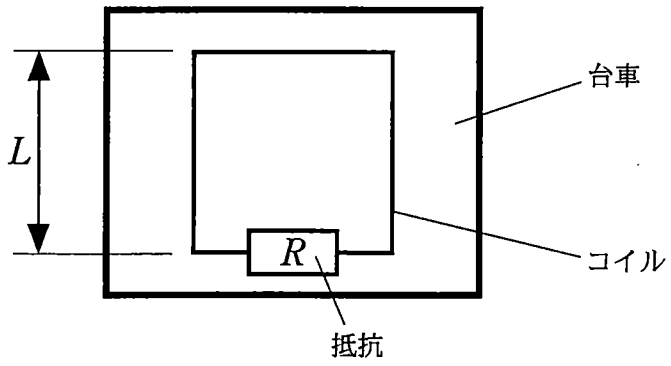


図 2—2

II 正方形の一巻きコイルに、抵抗値  $R$  の抵抗、起電力  $V$  で内部抵抗の無視できる電池、理想的なダイオードが接続された回路を台車に載せて走らせる。理想的なダイオードとは、順方向には抵抗なしに電流を通し、逆方向には電流を流さない素子である。図 2—3 は、区間  $P_0P_2$  を走る台車を上から見たものである。 $P_0$  を出発した台車は磁場を通過することにより減速した。

台車が最初に区間  $P_0P_2$  を走る時の運動について、 $v_0, L, d, B, m, R, V$  のうち必要なものを用いて設問(1)~(3)に答えよ。ただし、設問 I と同様の近似を用いることができるものとする。

- (1) 台車の中心が  $Q_1$  から  $Q_2$  へ移動する間にコイルに流れる電流の大きさを求めよ。
- (2) この電流によりコイルが磁場から受けるローレンツ力を求めよ。力の符号は、 $x$  軸正の向きを正とする。
- (3) 同様に、台車の中心が  $Q_3$  から  $Q_4$  へ移動する間のローレンツ力を求めよ。

台車はレール上を繰り返し回りながら徐々に速度を下げ、やがて一定の速さ  $v_\infty$  で運動するようになった。設問(4), (5)に答えよ。

- (4)  $n$  回目に  $P_2$  を通り抜けた時の台車の運動エネルギー  $K_n$  を  $n$  の関数としてグラフに描いた場合、図 2—4 の①~④のうちどの形が最も適切か答えよ。
- (5) 速さ  $v_\infty$  を  $v_0, L, d, B, m, R, V$  のうち必要なものを用いて表せ。

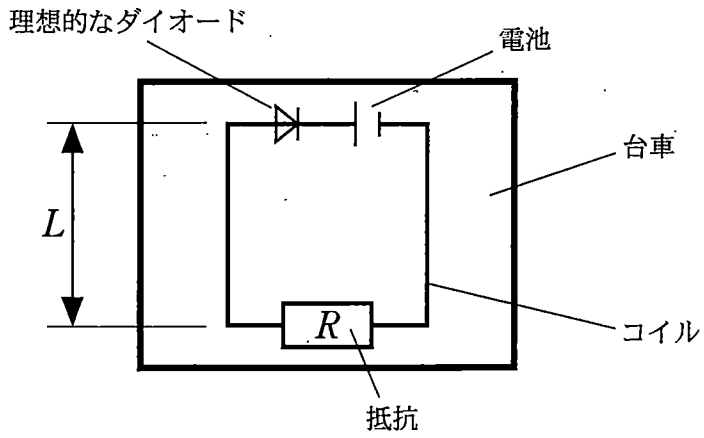


図 2—3

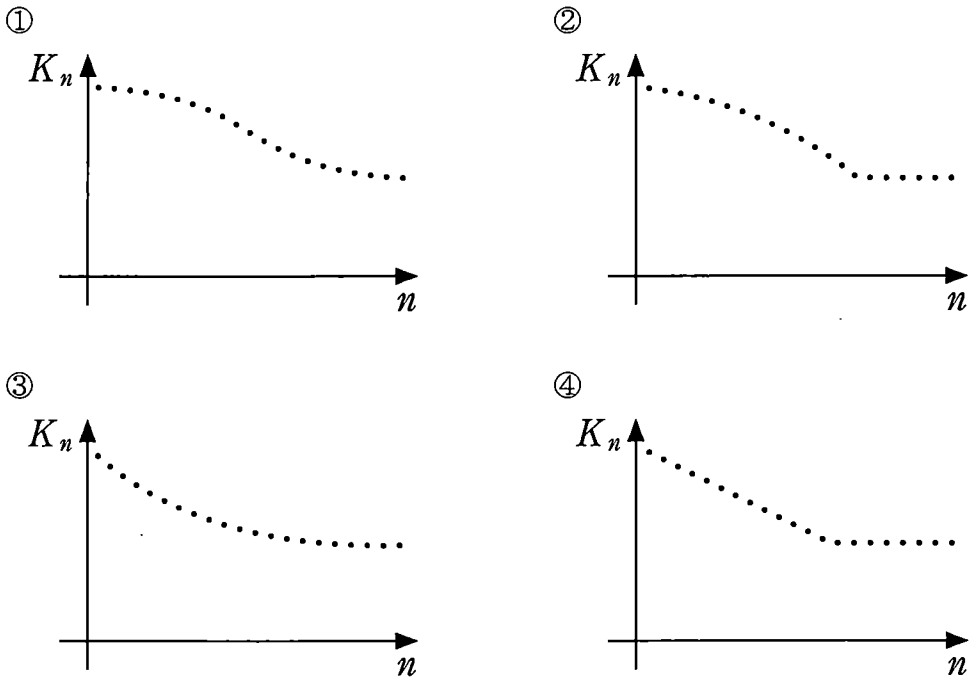


図 2—4

Ⅲ 2本の正方形一巻きコイルと接続パネルからなる回路を台車に載せて走らせる。図2-5は区間 $P_0P_2$ を走る台車を上から見たものである。2本のコイルの両端は接続パネルの端子A, B, C, Dに接続されている。接続パネルは図2-6に示すような抵抗と理想的なダイオードからなる回路である。設問Iと同様の近似を用いることができるものとし、台車が最初に区間 $P_0P_2$ を走る時の運動について、以下の設問に答えよ。2本のコイルは上から見たときに完全に重なっているとみなすことができ、接続パネル以外の部分では互いに絶縁されている。また、接続パネルの大きさは無視できるものとする。

(1) 端子Dの電位をゼロとする。台車の中心が $Q_1Q_2$ 間を移動する間の端子A, Bの電位をそれぞれ求め、 $v_0, L, d, B, m$ のうち必要なものを用いて表せ。

(2) 抵抗 $R_1$ と $R_2$ の抵抗値 $R_1, R_2$ は $R_1 + R_2 = 6R$ を満たしながら $0 < R_1 < 6R$ の範囲で値を調節することができる。区間 $P_0P_2$ を通り過ぎた後の台車の速さの変化 $|v_2 - v_0|$ を $v_0, L, d, B, m, R_1, R_2$ のうち必要なものを用いて表せ。また、 $|v_2 - v_0|$ が最小となるような $R_1$ を求め、 $R$ を用いて表せ。

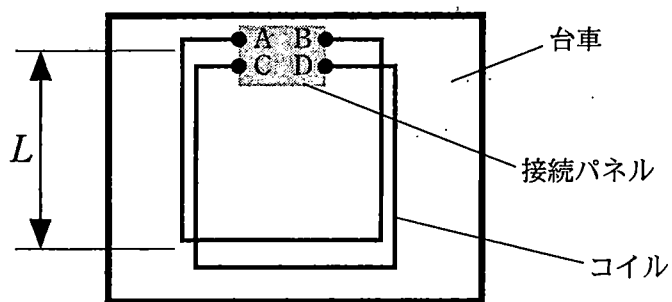


図 2—5

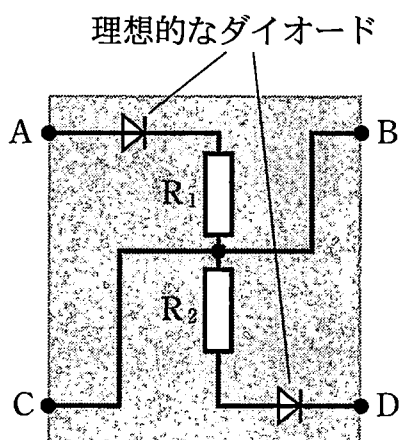


図 2—6

第3問 図3—1のようにピストンのついた断面積一定のシリンダーがある。ピストンには棒がついており、気密を保ちながら鉛直方向に滑らかに動かすことができる。シリンダーとピストンで囲まれた空間は、シリンダー内のある位置に水平に固定された特殊な膜によって領域1と領域2に仕切られている。領域1と領域2には合計1モルの単原子分子理想気体Xが、領域2には気体Xのほかに1モルの単原子分子理想気体Yが入っている。図3—2のように気体Xの分子は膜を衝突せず通過できるのに対し、気体Yの分子は膜を通過できない。シリンダーとピストンで囲まれた空間の外は真空であり、膜の厚さや、膜、シリンダー、ピストンの熱容量、気体分子に対する重力の影響は無視できる。ピストンは断熱材でできている。気体Xの分子1個の質量を $m_X$ 、気体Yの分子1個の質量を $m_Y$ 、シリンダーの内側の断面積を $S$ 、アボガドロ定数を $N_A$ 、気体定数を $R$ とする。鉛直上向きに $z$ 軸をとる。以下の各過程では気体の状態は十分ゆっくり変化するため、領域1の圧力と領域2の圧力はそれぞれ常に均一であり、気体XとYが熱のやりとりをすることでシリンダー内の温度は常に均一であるとみなせる。

以下の設問に答えよ。

I はじめにピストンは固定されており、領域1の体積は $V_1$ 、圧力は $p_1$ 、領域2の体積は $V_2$ 、圧力は $p_2$ 、シリンダー内の温度は $T$ であった。気体分子の $z$ 方向の運動に注目し、気体XとYの分子の速度の $z$ 成分の2乗の平均をそれぞれ $\overline{v_z^2}$ 、 $\overline{w_z^2}$ とする。気体Yの分子は、膜に当たると膜に平行な速度成分は一定のまま弾性衝突してはね返されるとする。同様に、気体XとYの分子はピストンおよびシリンダーの面に当たると面に平行な速度成分は一定のまま弾性衝突してはね返されるとする。分子間の衝突は考慮しなくてよいほど気体は希薄である。

(1) ピストンが気体Xから受ける力の大きさの平均を $F_1$ とする。 $F_1$ を、 $m_X$ 、 $\overline{v_z^2}$ 、 $N_A$ 、 $S$ 、 $V_1$ 、 $V_2$ のうち必要なものを用いて表せ。

(2) シリンダーの底面が気体 X と Y から受ける合計の力の大きさの平均を  $F_2$  とする。 $F_2$  を、 $m_X$ ,  $m_Y$ ,  $\overline{v_z^2}$ ,  $\overline{w_z^2}$ ,  $N_A$ ,  $S$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  のうち必要なものを用いて表せ。

(3) ボルツマン定数を  $k$  として、各分子は一方向あたり平均して  $\frac{1}{2}kT$  の運動エネルギーを持つ。 $p_1$  と  $p_2$  を、 $R$ ,  $T$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  のうち必要なものを用いて表せ。

(4) 気体 X と Y の内部エネルギーの合計を、 $R$ ,  $T$  を用いて表せ。

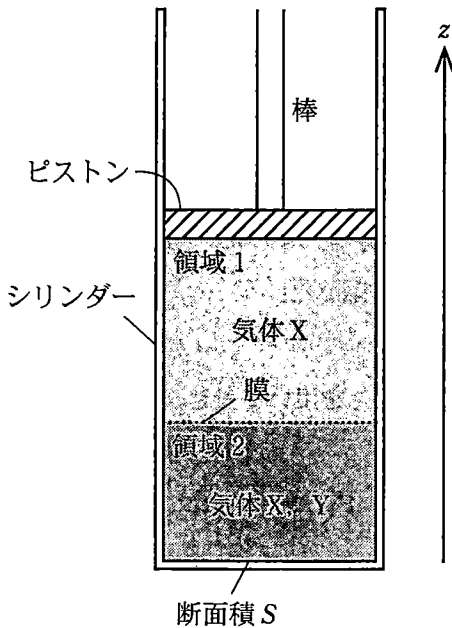


図 3—1

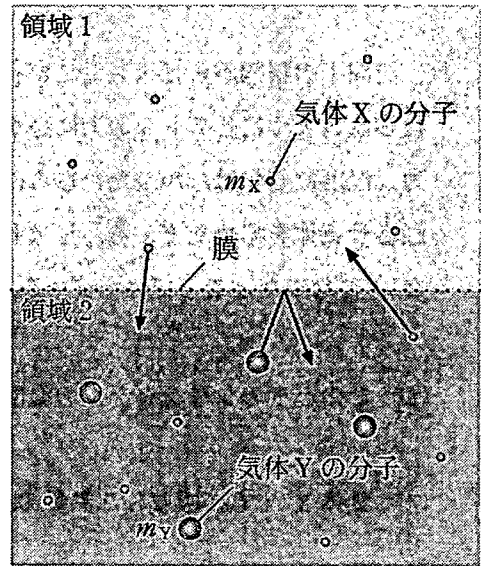


図 3—2  
(膜近傍の拡大図)

II 次にピストンを設問 I の状態からゆっくりわずかに押し下げたところ、領域 1 の体積が  $V_1$  から  $V_1 - \Delta V_1$  に、領域 1 の圧力が  $p_1$  から  $p_1 + \Delta p_1$  に、領域 2 の圧力が  $p_2$  から  $p_2 + \Delta p_2$  に、シリンダー内の温度が  $T$  から  $T + \Delta T$  に変化した。この過程で気体と外部の間で熱のやりとりはなかった。以下の設問では、 $\Delta p_1$ ,  $\Delta p_2$ ,  $\Delta T$ ,  $\Delta V_1$  はそれぞれ  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $T$ ,  $V_1 + V_2$  より十分小さな正の微小量とし、微小量どうしの積は無視できるとする。

(1) 温度変化  $\Delta T$  を、 $p_1$ ,  $R$ ,  $\Delta V_1$  を用いて表せ。

(2)  $\frac{\Delta p_1}{p_1} = \boxed{\text{ア}} \frac{\Delta V_1}{V_1 + V_2}$  が成り立つ。 $\boxed{\text{ア}}$  に入る数を求めよ。

III 設問 I の状態からピストンについている棒を取り外し、おもりをシリンダーに接しないようにピストンの上に静かに乗せたところ、領域 1 と領域 2 の体積、圧力、温度に変化はなかった。さらに図 3—3 のようにヒーターをシリンダーに接触させ気体を温めたところ、ピストンがゆっくり押し上がった。領域 1 の体積が  $2V_1$  になったところでヒーターをシリンダーから離れた。

(1) このときのシリンダー内の温度を、 $T$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  を用いて表せ。

(2) 気体 X と Y が吸収した熱量の合計を、 $R$ ,  $T$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  を用いて表せ。



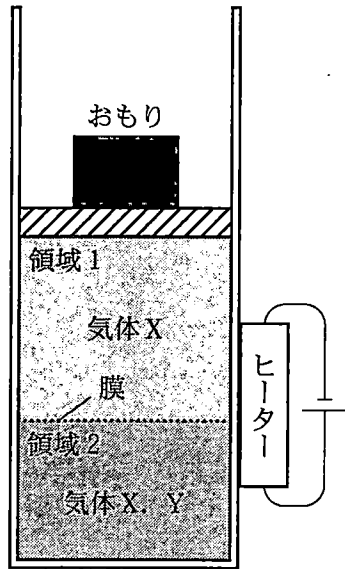


図3-3