(K—52—M)

令和３年度入学試験問題

数　　学

Ⅰ　注 意 事 項

1. 指示があるまでこの冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は全部で，５ページです。**設問はⅠからⅢまであります。**
3. 解答用紙のマーク数字は，次の「良い例」のように，濃く正しく塗りつぶしなさい。**正しく塗りつぶされていない場合，採点できないことがあります。**

　　良い例………

　　悪い例………

4. 解答用紙には解答欄の他に次の記入欄があるので，正確に記入しなさい。
　① 氏名欄……………………氏名を**漢字**と**フリガナ**で記入しなさい。
　② 受験番号欄………………６桁の受験番号を**算用数字**で記入し，**マーク欄の数字**を正しく塗りつぶしなさい。
5. 解答用紙の番号Ⅳの解答欄は空欄のままとしなさい。
6. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れなどに気がついた場合は，手を上げて申し出なさい。
7. 試験中に質問がある場合は，手を上げて申し出なさい。
8. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰りなさい。
9. 途中退場は認めません。

Ⅱ　解答上の注意

解答上の注意が裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，冊子を開いてはいけません。

問題は次のページから始まります。

I (a) 赤玉 2 個，黒玉 4 個，白玉 3 個が入った袋から 2 個の玉を同時に取り出す．取り出された玉が 2 個とも黒玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$，赤玉 1 個と黒玉 1 個が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，黒玉 1 個と白玉 1 個が取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．

(b) 赤玉，黒玉，白玉があわせて 16 個入った袋から 2 個の玉を同時に取り出すとき，赤玉 1 個，黒玉 1 個を取り出す確率が $\dfrac{1}{5}$，黒玉 1 個，白玉 1 個を取り出す確率が $\dfrac{1}{3}$ であった．赤玉，黒玉，白玉の個数をそれぞれ x，y，z とすると，$xy = \boxed{\text{キク}}$，$yz = \boxed{\text{ケコ}}$ である．袋に入っていた赤玉，黒玉，白玉の個数はそれぞれ $\boxed{\text{サ}}$ 個，$\boxed{\text{シ}}$ 個，$\boxed{\text{ス}}$ 個である．

(c) 赤玉 3 個，黒玉 5 個，白玉 7 個が入った袋から 3 個の玉を同時に取り出す．赤玉，黒玉，白玉が 1 個ずつ取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である．取り出された玉の色が 2 種類であったとき，その中に赤玉が 2 個入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である．

II　座標平面上に3点A(0，5)，B(7，4)，C(6，－3)がある．

この3点を通る円 S の半径は $\boxed{\text{ア}}$ ，中心は $\left(\boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$ である．2点B，Cを結ぶ短い方の弧の長さは $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$，△ABCの面積は $\boxed{\text{カキ}}$ であり，△ABCの内接円の半径は $\boxed{\text{ク}}\left(\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-1\right)$ となる．

点Bと点D(－1，4)を通り，y 軸に平行な軸を持ち，円 S と3つの点を共有する放物線の方程式は

$$y=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x^2-\boxed{\text{シ}}\,x+\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

と

$$y=-\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}x^2+\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}x+\frac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である．この2つの放物線で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ニヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である．

Ⅲ $\boxed{ア}$ ~ $\boxed{エ}$ および $\boxed{ク}$ の解答は該当する解答群から最も適当なものを一つずつ選べ.

正の実数を定義域とする関数 $f(x) = \log_e x$ について，以下の問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底である.

(a) 曲線 $y = f(x)$ 上の相異なる 3 点 $(s,\ f(s))$，$(t,\ f(t))$，$(u,\ f(u))$ を頂点とする三角形の重心は $\mathrm{G}\left(\boxed{ア},\ f\left(\boxed{イ}\right)\right)$ である.

$y = f(x)$ は，そのグラフが $\boxed{ウ}$ 関数であり，三角形の重心 G は

$$x > 0,\quad \boxed{エ}$$

で表される領域に存在する．また，$s = e^3$，$u = e^4$，$s < t < u$ である場合，この三角形の面積は

$$t = e^{\boxed{オ}}\left(\boxed{カキ} + e\right)$$

のとき最大となる.

$\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ の解答群

① $s + t + u$	② $\dfrac{s + t + u}{3}$	③ $\sqrt{s + t + u}$
④ $st + tu + us$	⑤ $(st + tu + us)^2$	⑥ stu
⑦ $(stu)^{\frac{1}{3}}$	⑧ $\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{u}$	⑨ $\left(\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{u}\right)^{-1}$

$\boxed{ウ}$ の解答群

① 下に凸で単調増加な	② 下に凸で単調減少な
③ 上に凸で単調増加な	④ 上に凸で単調減少な
⑤ 変曲点を 1 つもつ単調増加な	⑥ 変曲点を 1 つもつ単調減少な
⑦ 下に凸で極小値を 1 つもつ	⑧ 上に凸で極大値を 1 つもつ
⑨ 周期的で微分可能な	

$\boxed{エ}$ の解答群

① $y > f(x)$	② $y < f(x)$	③ $y > f\left(\dfrac{x}{2}\right)$
④ $y < f\left(\dfrac{x}{2}\right)$	⑤ $\lvert y\rvert > f(x)$	⑥ $\lvert y\rvert < f(x)$
⑦ $3y > f(x)$	⑧ $y < 3f(x)$	

(b) 数列$\{f(a_n)\}$が公差-3の等差数列となるのは，数列$\{a_n\}$ ($n=1, 2, 3, \cdots$)が $\boxed{\text{ク}}$ 場合であり，

$$\log_b(a_2 \cdot a_{2021}) - \log_b(a_1)^2 = \boxed{\text{ケコ}}, \qquad \text{ただし } b = \frac{a_{44}}{a_1}$$

が成り立つ．この数列が $\sum_{k=1}^{5} f(a_k) = 0$ を満たすとき，$f(a_n) = \boxed{\text{サシ}}\, n + \boxed{\text{ス}}$ であり，次式が成り立つ．

$$a_1 \times a_2 \times \cdots \times a_5 = \boxed{\text{セ}}, \qquad \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{e^{\boxed{\text{ソ}}}}{e^{\boxed{\text{タ}}} - 1}$$

このとき，5以上の整数nに対し，座標平面上の点$(0,\ f(|f(a_n)|))$をP_n，$(n,\ f(|f(a_n)|))$をQ_nとすると，台形$\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{Q}_{n+1}\mathrm{P}_{n+1}$の面積$S_n$は

$$S_n = \left(n + \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\right)\log_e\left(1 + \frac{1}{\boxed{\text{テト}} + n}\right)$$

であり，$\lim_{n\to\infty} S_n = \boxed{\text{ナ}}$ が成り立つ．

$\boxed{\text{ク}}$ の解答群

① 公差-3の等差数列である
② 公差$\dfrac{1}{e^3}$の等差数列である
③ 公差3の等差数列の逆数からなる数列である
④ 公差$-\log_e 3$の等差数列である
⑤ 公比-3の等比数列である
⑥ 公比$\dfrac{1}{e^3}$の等比数列である
⑦ 公比$-\log_e 3$の等比数列である
⑧ $a_n = \dfrac{n!}{3}$と表される
⑨ $a_n = \dfrac{1}{3\,n!}$と表される

(c) 正の整数nに対して$T_n = \sum_{k=1}^{n} f(k)$，$T_0 = 0$とする．$0 \leqq m \leqq 100$の範囲で整数$m$が変化するとき，$T_{100} - T_m - \mathrm{T}_{100-m}$の最小値は $\boxed{\text{ニ}}$ であり，最大となるのは$m = \boxed{\text{ヌネ}}$ のときである．

Ⅱ　解答上の注意

1　問題の文中の $\boxed{\text{　ア　}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0 ～ 9），または負の符号（－）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例１　$\boxed{\text{アイ}}$ に－8と答えたいとき

ア	**⊖**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9

2　分数形で解答する場合は，既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。負の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例２　$\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

ウ	**⊖**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	**4**	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	**5**	6	7	8	9

3　根号を含む形で解答する場合は，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$，$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ に $2\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2}$ と答えるところを，$1\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。